PRO=MATE

TALLER DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Manual **A 3**

Recrea
Educación para refundar 2040

Educación

Jalisco
GOBIERNO DEL ESTADO

PROMATE - Manual A 3
Taller de resolución de problemas matemáticos para educación básica

Secretaría de Educación del Estado de Jalisco

Juan Carlos Flores Miramontes
Secretario de Educación del Estado de Jalisco

Pedro Diaz Arias
Subsecretario de Educación Básica

Nadia Soto Chávez
Directora General de Programas Estratégicos

Eduardo Moreno Casillas
Director de Articulación de Programas Estratégicos

Cuauhtémoc Cruz Herrera
Director de Ciencias Exactas y Habilidades Mentales

Edita:

Secretaría de Educación, Gobierno de Jalisco
© Dirección General de Programas Estratégicos
Edición: septiembre de 2022

Coordinación de producción:
Cuauhtémoc Cruz Herrera
José Javier Gutiérrez Pineda / Martha Patricia Estrada Núñez

Coordinación y diseño editorial:
José Lorenzo Figueroa Cornejo

Apoyos de producción:
Moisés Ríos Fajardo / Martha Patricia Estrada Núñez

Se autoriza la reproducción de los contenidos de este manual, en partes o en todo, sin fines de lucro, siempre que se haga la mención al título y al editor.

Impreso en México

Presentación

Juan Carlos
Flores
Miramontes

El Modelo Educativo que compartimos aquí surge como respuesta a la demanda social de contar con una educación de calidad que forme individuos capaces de desenvolverse en cualquier ámbito de la vida, con sensibilidad y responsabilidad social. De aquí nuestra intención de formar estudiantes sensibles a su propio proceso de aprendizaje y al de sus compañeros; ésto a través de conocimientos significativos, relevantes, y de consolidar el enfoque humanista e integral.

Es así como la enseñanza de las matemáticas debe recrearse como un conjunto de conceptos, métodos y técnicas que permitan analizar fenómenos y situaciones cotidianas en diferentes contextos, y así, mediante la interpretación de la información cuantitativa y cualitativa con que se cuente, los estudiantes sean capaces de solucionar las problemáticas que se les presenten día a día.

Buscando responder a esta propuesta, surge el **Taller de Resolución de Problemas Matemáticos, *PROMATE***, como una estrategia que desarrolle habilidades del pensamiento lógico matemático en estudiantes de educación básica.

Esta propuesta se basa en la conceptualización de que el conocimiento no es unidireccional, sino una construcción bidireccional entre el asesor y el estudiante, permitiendo que éste se equivoque y culmine en el proceso de su propio aprendizaje. Asimismo, cuenta con elementos de la propuesta teórico-crítica de las matemáticas y de la propuesta sociológica del mismo nombre, la cual propone cuestionar los métodos y resultados a partir de un aprendizaje dialógico y democrático. En esta metodología se observa el trabajo colaborativo, pero lo más importante es el proceso cognitivo interno de cada estudiante.

Los principios refundacionales a los cuales aporta ***PROMATE,*** dentro del Proyecto “Recrea, Educación para Refundar 2040” son: **La formación de ciudadanía y la mejora de la calidad de los aprendizajes en y para la vida**.

De tal manera, seguiremos avanzando hacia la mejora continua de tu educación, niña, niño, joven, estudiante de Jalisco; con la gestión transformadora del sistema educativo como parte de las metodologías que se han implementado para la operación del proyecto del que forma parte este manual que tienes en tus manos.

Cómo usar este manual

El presente manual está dirigido a estudiantes que cursan de 4° a 6° grados de primaria en el estado de Jalisco, quienes serán capacitados para utilizar herramientas y estrategias adecuadas para la resolución de problemas matemáticos.

Está dividido en 28 sesiones que comprenden cuatro áreas distintas: Aritmética, Combinatoria, Geometría y Lógica. Cada sesión contiene una secuencia de problemas ordenados por dificultad y por tipos de estrategias para trabajar, en la cual, la metodología está basada en el trabajo individual, la guía del entrenador y la socialización de las soluciones con el resto del grupo.

Es importante que en la primera mitad de la sesión se trabaje en la resolución de los problemas de forma individual, y si el alumno tiene un entrenador en ese momento, pueda consultar algunos aspectos de su solución, algunas dudas e incluso pedir alguna pista que lo ayude a resolver el problema. La segunda mitad de la sesión, nos permitirá compartir algunas de nuestras estrategias de solución y conocer las realizadas por el resto del grupo, para acrecentar nuestra gama de estrategias a utilizar en la resolución de problemas.

Índice

PROMATE

Indicaciones generales para cada sesión:

Lee con cuidado todos los problemas.

Las preguntas **no son capciosas** y toda la información de cada enunciado es útil.

Puedes intentar cada problema de la manera que tú quieras, **no hay sólo una manera de encontrar la respuesta correcta.**

Si tienes **alguna duda** sobre el enunciado de algún problema, **pregunta** cuanto antes al asesor o asesora a cargo.

Intenta todos los problemas y comparte tus ideas con el asesor o asesora y tus compañeros.

Escribe cada idea y cada paso que vayas recorriendo para tu solución.

PROMATE

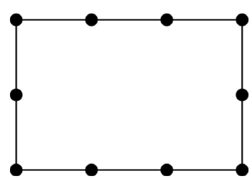
1. Cuatro gallinas ponen cuatro huevos en cuatro días. ¿Cuántas gallinas se necesitan para poner 100 huevos en 100 días?

2. En un reloj digital se muestran todas las posibles horas entre las 00:00 y las 23:59. Los dígitos del reloj son como los de la siguiente figura:

12345
67890

Frente al reloj hay un espejo y se ven reflejados los números de izquierda a derecha; por ejemplo, la hora 07:35 reflejada se ve como 2E:70.
Encuentra la cantidad de veces en el día en las que la imagen del reloj en el espejo muestra una hora posible.

3. Tomás hace el rectángulo mostrado con 10 puntos y 10 líneas. Después, hace otro rectángulo usando 44 puntos. El lado mayor del nuevo rectángulo, tiene el doble de puntos que el lado corto. ¿Cuántos puntos hay en el lado menor del nuevo rectángulo?



4. Cristina pensó en un número, le agregó 1/3 de ese número y luego multiplicó el resultado por 5; luego le restó 4 y dividió el resultado entre 8. Ella obtuvo 32 al final. ¿Cuál era el número original?

5. Nueve gatos comen cuatro peces en dos días. Asumiendo que los gatos comen a la misma velocidad, ¿cuántos días tomará a 21 gatos comer 14 peces?

6. Una niña tiene el doble de hermanas que de hermanos. Cada uno de sus hermanos tiene cinco veces más hermanas que hermanos. ¿Cuántos niños y cuántas niñas hay en la familia?

7. Paola, Vanessa, Rodrigo, Humberto, Mauricio y Raúl se repartieron 6 tarjetas numeradas con números consecutivos. El número de la tarjeta de Paola es el doble número de la tarjeta de Vanessa y tres veces el número de la tarjera de Rodrigo; el número de Humberto es 4 veces el número de la tarjeta de Mauricio. ¿Qué número le tocó a Raúl?

8. Después de un naufragio, cuatro hombres y cuatro mujeres quedan varados en una isla desierta. Al final, cada uno se enamora de una persona y, a su vez, es amado por otra persona. Juan se enamora de una muchacha que por desgracia, ama a Mario, Arturo ama a una muchacha que ama al hombre que ama a Helena. A María la ama el hombre al que ama la muchacha a la que ama Bruno. Gloria odia a Bruno, el hombre al que ama Itzel. ¿Quién ama a Arturo?

9. En este momento hay 4 astronautas en la Estación Espacial Internacional: Alex, Bob, Clair y Don. Son de 4 países: USA, Rusia, China e Inglaterra. Todos ellos llegaron en distintos años (hace 1, 2, 3, y 4 años). El astronauta de Inglaterra llegó dos años antes que Bob. El astronauta de USA llegó 2 años después de Don. Alex es de Rusia. El astronauta de China llegó hace 3 años. ¿Cuántos años lleva Clair en la estación?

10. Un cuadrado antimágico de 3×3 es aquel que las 8 sumas provenientes de sus filas, columnas y diagonales principales, son todas distintas. Encuentra los 2 cuadrados antimágicos que, además, cumplen con que cada número tiene a sus consecutivos en casillas adyacentes, es decir hacia arriba, abajo, izquierda y derecha, pero no en diagonal.

Nota: No se consideran respuestas diferentes rotaciones o versiones en espejo de la misma.

11. Un camión viaja a 15 km por hora durante la primera mitad de la distancia de un viaje. ¿A qué velocidad tiene que viajar la segunda mitad con el objetivo de alcanzar un promedio de 30km por hora para el viaje total?

1. Escribe la expresión algebraica o ecuación para representar las siguientes oraciones:

a) El doble de un número.
b) El triple de un número.
c) La mitad de un número.
d) La quinta parte del triple de un número.
e) Un número par cualquiera.
f) Un número impar cualquiera.
g) La suma de 3 números consecutivos.
h) La suma de 5 impares consecutivos. Reduce.
i) Un múltiplo de 6.
j) Un múltiplo de 7 menos 2.
k) La mitad de la raíz cuadrada de un número.
l) El promedio de dos números impares.
m) El promedio de 3 números consecutivos. Reduce.
n) Un cuarto de un número menos la tercera parte de otro.
o) El cuadrado de un número menos una tercera parte del número.
p) La suma de 3 números distintos.
q) El producto de 3 números distintos.
r) El triple del producto de dos números.
s) Un número más su tercera parte. Convierte en fracción impropia.
t) Trece veces la quinta parte de un número.
u) Jazmín tiene 7 dulces más que Elías. Juntos, tienen 29 dulces. ***¿Cuántos dulces tiene cada uno?***
v) El perímetro de un cuadrado mide 36 cm. ***¿Cuánto miden sus lados?***
w) El perímetro de un rectángulo mide 56 cm. El largo del rectángulo mide el triple que el ancho. ***¿Cuáles son las medidas en centímetros?***
x) Si Arturo y Luis suman sus edades, el resultado es 108 años. Arturo le lleva 2 años a Luis. ***¿Cuáles son sus edades?***
y) Una alberca mide 8 m más de ancho que de largo. El área que ocupa la alberca son 84 m^2 cuadrados. ***¿Cuáles son las medidas de la alberca en metros?***
z) El promedio de las edades de cinco hermanos es 37. Cada hermano, es 2 mayor años al siguiente hermano. ***¿Qué edad tiene el mayor?***

2. Resuelve las ***preguntas*** de los incisos u a la z.

Nota: Todas las soluciones están en números enteros.

3. Un equipo de fútbol está conformado por porteros, defensas, delanteros y mediocampistas. En un equipo completo hay 2 porteros, 17 jugadores que son defensas, 9 son delanteros y 3/7 de todo el equipo son mediocampistas. ¿Cuántos jugadores hay en el equipo?

4. Para el regalo de mamá fuimos a una joyería y compramos un collar. Mi papá pagó la mitad de la cuenta; mi hermana pagó dos terceras partes de lo que quedaba, y yo pagué el resto, que fueron 150 pesos. ¿De cuánto fue la cuenta?

5. Para festejar a mi padre en su día, fuimos a un restaurante de mariscos. Al final, mi madre pagó tres quintas partes de la cuenta; mi hermano un cuarto de lo que mi mamá pagó y yo pagué 360 pesos. Si lo que pagamos ya incluía el 15% de propina, ¿de cuánto fue la cuenta sin propina?

6. Javier nació el 2 de septiembre de 1946. Su hija Julieta, nació el mismo día pero de 1988.

a) ¿En qué año Javier tendrá **3 veces** la edad de su hija?
b) ¿En qué año tendrá **6 veces más** que su hija?
c) ¿En qué año tendrá **6 años más** que el doble de la edad de su hija?

7. Al principio, Lucas y Damián tienen el mismo número de golosinas. Luego de un rato, Lucas le da 8 de sus golosinas a Damián. Después, Damián consigue 5 más. Al final, el número de golosinas que tiene Damián es el doble del que Lucas tiene. ¿Cuántos dulces tenían cada uno al inicio?

8. Ayer que fui a la frutería, compré 3 manzanas y 4 limones, y me cobraron 23 pesos. Hoy que volví, compré 2 manzanas y 7 limones y me cobraron 24 pesos. ¿Cuánto cuesta una manzana?

9. ¿Cuántos enteros del 1 al 100 son la suma de 9 enteros consecutivos?

Nota: El cero y los números negativos tambien son enteros.

1. Un pulpo tiene 8 tentáculos y una cabra tiene 4 patas. Si el total de pulpos y cabras en un zoológico es de 18, y el total de sus extremidades es 96, ¿cuántas cabras hay en el zoológico?

2. Hoy es cumpleaños de Juan, de su padre y de su abuelo. La suma de las edades de Juan, su padre y su abuelo es 108. El padre de Juan tiene 4 veces más años que Juan. La edad del abuelo, es la cantidad de meses que tiene Juan. ¿Cuál es la edad del abuelo de Juan?

3. Lorenzo pesó tres botellas llenas de leche y dos botellas vacías y la báscula marcó 145gr. Después pesó cuatro botellas llenas de leche y cinco vacías, esta vez la báscula marcó 240gr. ¿Cuántos gramos pesa una botella vacía?

4. Armando, Daniela y Joaquín fueron de compras. Daniela gastó solamente el 15% de lo que gastó Joaquín. Armando gastó 60% más que Joaquín. Juntos gastaron 5,500 pesos. ¿Cuánto gastó Armando?

5. Andrea tiene tres veces más dinero que Betina. Después de que ambas gastaron 60 pesos, Andrea tiene 4 veces más dinero que Betina. ¿Cuánto dinero tenía Andrea al principio?

6. El promedio de los pesos de Alan, Beto, Carlos, Diego y Enrique es 51 kg; el promedio de los pesos de Alan, Beto y Carlos es 49 kg; y el promedio de los pesos de Beto, Diego y Enrique es 54 kg. ¿Cuál es el peso de Beto?

7. Encuentra el valor de $\Diamond$ de acuerdo a lo siguiente:

$$\square + \bigcirc + \Diamond + \Diamond = 31$$
$$\square + \bigcirc + \bigcirc + \Diamond = 29$$
$$\square + \square + \bigcirc + \Diamond = 28$$

8. Si A es multiplicado por 100, se convierte en C. Si A + B es multiplicado por 1000, se convierte en D. Si B es el 10% de A, ¿cuál es el valor de D/C?

9. En una tienda de animales, dos pericos cuestan lo mismo que cinco tortugas; tres tortugas cuestan lo mismo que cuatro hamsters; y dos hamsters cuestan lo mismo que siete peces dorados. ¿Cuántos peces dorados cuestan lo mismo que tres pericos?

10. Dos diamantes y un círculo equivalen a tres cuadrados y dos triángulos; seis círculos equivalen a un triángulo, un cuadrado y un diamante; un diamante y un triángulo equivale a dos círculos y un cuadrado. ¿Cuántos triángulos equivalen a un círculo y un cuadrado?

11. La siguiente figura es un cuadrado mágico, es decir que, si sumas los tres números de cada fila, columna y diagonal, obtendrás siempre el mismo resultado. Se han borrado algunos números. ¿Cuál es la suma de los números que deben ir en la posición A y B?

67		43
		B
A	73	

12. Un grupo de niñas tiene un promedio de 364 estampas. Dos de las niñas, Paulina y Selene, tienen en promedio 27 estampas. Cuando Paulina compró más estampas, el promedio de estampas de Paulina y Selene se volvió 45 y el promedio de estampas del grupo se volvió 370. ¿Cuántas niñas hay en el grupo?

1. En cada cuadrito de la siguiente imagen, se debe escribir el símbolo + ó − para indicar una operación con los números de la imagen. ¿Cuántas veces debe escribirse el símbolo + para que el resultado de la operación sea 100?

$$9 \square 15 \square 57 \square 77 \square 96$$

2. ¿De cuántas formas se puede partir el conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} en dos subconjuntos, de forma que la suma de los elementos en cada uno de ellos sea la misma?

3. En el Hotel Malasuerte los cuartos con número impar están todos del mismo lado del pasillo, empezando con el 1. El dueño es muy supersticioso, así que no quiso que ninguno de los cuartos tuviera un número que incluyera al dígito 3. Si hay 15 cuartos en el pasillo de los impares, ¿qué número lleva el último cuarto de ese lado del pasillo?

4. En una fábrica, es posible producir una botella con material nuevo o reciclar 4 botellas usadas para hacer una nueva. Diariamente se producen y venden 20 botellas, todos los envases vacíos y se recuperan al día siguiente antes de comenzar a producir. Si se compra material para 1000 botellas, ¿cuántos días se podría producir sin necesidad de conseguir más material?

5. Un grupo de nueve personas visitan un museo. El precio del boleto para un adulto es de 10 pesos y el precio de boleto para un niño es de 5 pesos. El grupo pagó 70 pesos por los boletos. ¿Cuántos niños hay en este grupo?

6. Joel quería cortar un pedazo de hilo en nueve pedazos de la misma longitud y marcó los puntos donde debía cortar. Lorena quería cortar el mismo pedazo de hilo en sólo ocho pedazos de la misma longitud y marcó los puntos donde debía cortar. Si se corta el hilo en todos los puntos que ambos marcaron, ¿cuántos pedazos de hilo se obtendrán?

7. María escribió en su cuaderno una lista de algunos números primos menores que 100. Se dio cuenta de que al hacerlo escribió exactamente una vez cada uno de los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5, ningún otro número o dígito. ¿Cuál número primo podemos asegurar que está en su lista?

8. Nayeli olvidó el número que abre su candado, pero tiene apuntado que es un número de 4 cifras, que el producto de las cifras es 72 y que la suma de las cifras es 15. ¿Cuál es el máximo de combinaciones que deberá intentar para lograr abrir el candado?

9. ¿Cuál es la suma de todos los enteros positivos n, que dejan 15 como residuo al dividir 141 entre n?

10. Un profesor quiere comprar un chocolate para cada uno de sus alumnos. Ve unos chocolates que cuestan 25 pesos por pieza, pero le faltan 10 pesos, así que decide comprar otros más baratos que cuestan 20 pesos. Compra los chocolates necesarios y le sobran 25 pesos. ¿Cuánto dinero tenía el profesor?

11. Tomás, Laureano y Joaquín son trillizos y su hermano Pablo, es 3 años más grande que ellos. Si las edades de cada uno es un número primo y además, la suma de las cuatro edades es también un número primo menor que 30, ¿cuál es la edad de cada uno de ellos?

12. Marlon, regularmente, va al centro deportivo cerca de su casa. Cuando su velocidad es de 30 km/h, llega 6 minutos más temprano de lo usual. Cuando su velocidad es de 24 km/h, llega 5 minutos más tarde de lo usual. ¿Cuál es la distancia entre su casa y el centro deportivo?

13. Considera cualquier número de 2700 dígitos que sea múltiplo de 27 y calcula la suma de sus dígitos. Del resultado obtenido, calcula la suma de los dígitos. Una vez más, calcula la suma de los dígitos del número obtenido en el paso anterior. ¿Cuál es el número que resulta?

1. ¿Cuál es el resultado de la última operación en cada uno de los siguientes incisos:

a)	b)	c)	d)	e)
2 ♣ 4 = 87	7 ∇ 6 = 142	17 ♦ 29 = 23	5 ⌘ 3 = 12	3 ▲ 2 = 15
5 ♣ 1 = 54	8 ∇ 5 = 340	19 ♦ 11 = 15	7 ⌘ 6 = 40	5 ▲ 3 = 28
3 ♣ 7 = 2120	8 ∇ 7 = 156	31 ♦ 7 = 19	8 ⌘ 5 = 36	1 ▲ 6 = -57
6 ♣ 6 = 3635	4 ∇ 2 = 208	13 ♦ 23 =	7 ⌘ 8 = 56	4 ▲ 9 = -513
9 ♣ 8 =	9 ∇ 4 =		2 ⌘ 9 = 24	5 ▲ 7=
			9 ⌘ 4 =	

2. El agente △ se define como lo siguiente:

$$2 \triangle 2 = 2 + 3$$
$$6 \triangle 3 = 6 + 7 + 8$$
$$10 \triangle 5 = 10 + 11 + 12 + 13 + 14$$

Si a △ 9 = 4554, ¿cuál es el valor de a?

3. ¿Cuál es el término que falta en las siguientes sucesiones?

a) 7, 11, 23, 59, _____

b) 2, 3, 4, 10, 38, _____

c) 21, 51, 81, 12, 42, _____

d) 37, 45, 48, 43, _____, 41, 70

e) 1, 8, 27, 64, _____, 216

f) 37, 12, 34, _____, 31, 30, 28, 39

g) 2, 4, 4, 8, 16, 64, _____

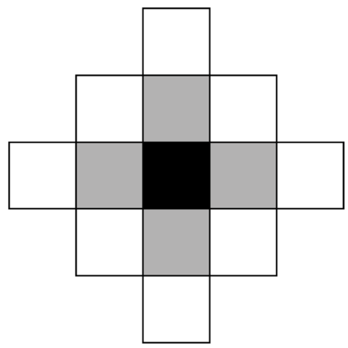
h) 41, 12, 82, 53, 24, _____

i) $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{9}, \frac{7}{12}, \frac{3}{5},$ _____

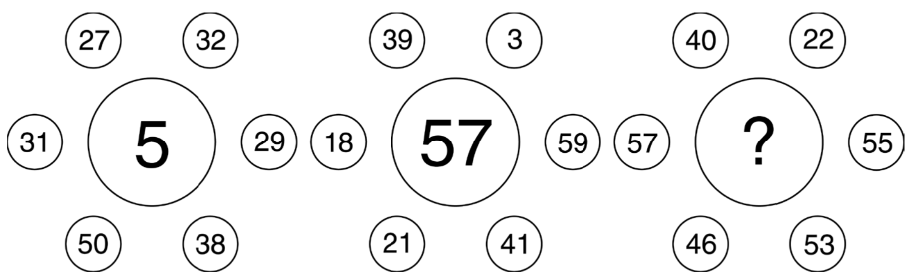
j) 2, 1, 3, 4, 7, _____

k) 1, 4, 9, 16, 25, _____, 49

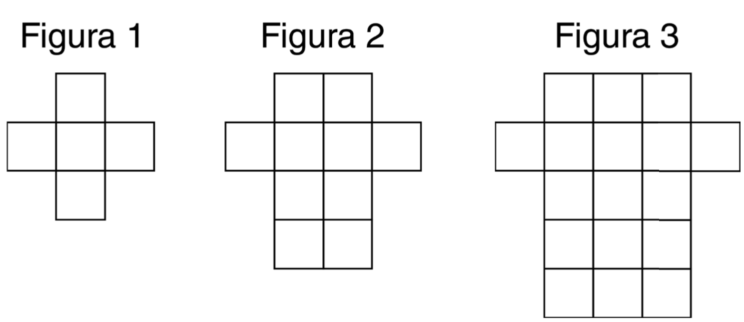
4. En un cultivo de bacterias con forma de cuadrícula hay un sólo cuadro que está infectado, pero, cada segundo que pasa, todos los cuadros que comparten un lado con algún cuadro que esté infectado también quedan infectados. Después de 10 segundos, ¿cuántos cuadros infectados hay? (En la figura se muestran los cuadros que están infectados después de 2 segundos, en el primer segundo se infectan los grises, en el segundo los blancos).



5. Observa el siguiente patrón y encuentra el valor faltante:



6. En el diagrama de abajo, la figura 1 está formada por 5 cuadritos, la figura 2 tiene 10 cuadritos, y la figura 3 tiene 17 cuadritos. Continuando con ese patrón, ¿cuántos cuadritos debe tener la figura siguiente?



7. Siguiendo el patrón de crecimiento de las figuras, ¿cuántos puntos habrá en la figura 7? ¿Y en la figura 10? ¿Y en 2n+1?

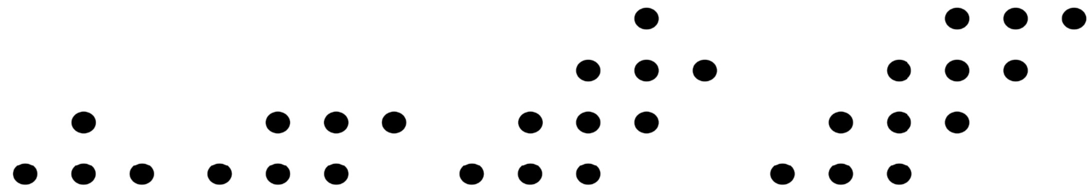
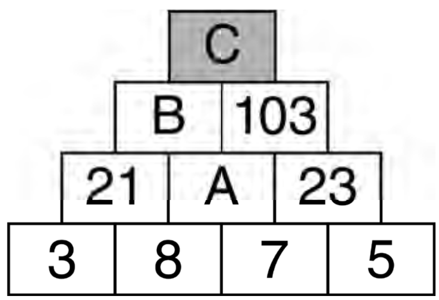


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

8. Revisa cuidadosamente la imagen. ¿Cuál número debería estar en el lugar de la casilla sombreada C?



9. En cierta secuencia numérica, el primer número es 20 y el segundo es 19. A partir del tercer número, cada término es obtenido de la suma de los dos números previos. ¿Cuál es el décimo número en esta secuencia?

10. Cada número en una lista se obtiene de la siguiente manera: los primeros dos números son 2 y 3; después cada número es sólo el dígito de las unidades del número que se obtiene al multiplicar los dos anteriores en la lista. Por ejemplo, los primeros 5 números de la lista son: 2, 3, 6, 8, 8. ¿Qué número aparece en la posición 2017 de la lista?

1. Martha escribió en su cuaderno los números 17, 13, 5, 10, 14, 9, 12 y 16 para después calcular su promedio. Después, tachó dos números de la lista y notó que el promedio era el mismo. ¿Cuáles son los números que tachó Martha?

2. Susana escribe un número de cinco dígitos. Después, borra uno de los dígitos y se queda con un número de cuatro dígitos. Si la suma de ambos números es 52713, ¿cuál es la suma de los dígitos del número que escribió originalmente?

3. Pablo eliminó un número de una lista de 10 números consecutivos. La suma de los que quedaron es 2006. ¿Cuál es el número que eliminó?

4. ¿Cuántos conjuntos de enteros consecutivos (dos o más) cumplen con que la suma de sus elementos es igual a 100?

5. Seis enteros están marcados en la recta numérica que se muestra en la figura. Si se sabe que, al menos dos de ellos son múltiplos de 3, y que al menos dos de ellos son múltiplos de 5, ¿cuáles de los seis enteros son múltiplos de 15?

6. El señor Gómez tiene tres hijos: Leonardo, Irving y Eduardo. Si se multiplican las edades de Leonardo e Irving, el resultado es 14. Si se multiplican las edades de Irving y Eduardo, se obtiene 10. Si se multiplican las edades de Eduardo y Leonardo, se obtiene 35. ¿Cuál es la suma de las edades de los tres niños?

Nota: Las edades son números enteros.

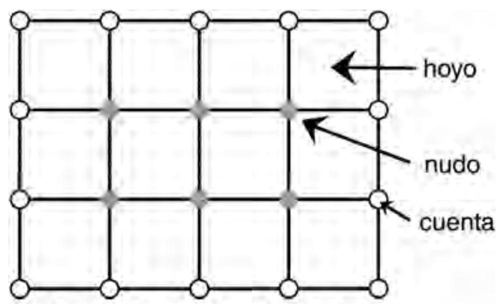
7. El producto de las edades de mis hijos es 1664. La edad del más grande es el doble que la del más pequeño. ¿Cuántos hijos tengo?

8. John va a realizar una multiplicación. En lugar de tomar 18 como uno de los factores, leyó mal y lo tomó como 81. Como resultado, el producto aumentó 504. ¿Cuál es el otro factor?

9. Un libro de texto es abierto de manera aleatoria. El producto de número de las dos páginas visibles es 600. ¿En qué páginas quedó abierto?

10. Los números a, b, c, d y e son positivos y $a \times b = 2$, $b \times c = 3$, $c \times d = 4$ y $d \times e = 5$. ¿A qué es igual $\frac{e}{a}$?

11. Un pescador construyó una red rectangular de la misma forma que está construida la de la figura, pero esta tiene exactamente 32 nudos y puso 28 cuentas alrededor de la orilla de la red, como muestra la figura. ¿Cuántos hoyos tiene la red?



Esta red tiene 6 nudos, 14 cuentas y 12 hoyos

12. Si a y b son dos enteros positivos que cumplen que ab = 10000 pero ni a ni b son múltiplos de 10. ¿Cuánto vale a + b?

13. En un concurso de baile, los jueces califican a los participantes con números enteros. El promedio de las calificaciones de un competidor es 5.625. ¿Cuál es el mínimo de jueces para que eso sea posible?

14. Se tienen números $0 < r < s < t < u$. El promedio entre r y t es s, el promedio entre r y u es t. En términos de r y t, ¿cuál es el promedio entre s y u?

1. ¿Cuál fue el último y cuál será el siguiente número de año que sea cuadrado perfecto?

2. Teniendo 2020 cubos de 1 cm^3, ¿cuál es la medida del lado del mayor cubo que puede ser formado?
Nota: No es obligatorio usar todos los cubos.

3. ¿Cuántas parejas (a, b) de enteros positivos satisfacen $a^2 + 8b = 2020$?

4. Supón que x y y son números primos tal que $x = a + b$ y $y = ab$, donde a y b son enteros positivos. ¿Cuál es el valor de $x^y + y^x$?

5. Dos enteros, $a > 1$ y $b > 1$, satisfacen que $a^b + b^a = 57$. Encuentra todas las sumas posibles de a + b.

6. Si a y b son el menor y el mayor divisor positivo de N respectivamente, ambos distintos de 1 y de N, ¿cuántos N cumplen que $b = 45a$?

7. El máximo común divisor de dos enteros positivos a y b es 12, y su mínimo común múltiplo es 324. ¿Cuántas parejas ordenadas de números (a, b) cumplen con esto?

8. ¿Cuál es el valor de n si $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$?

9. ¿Cuántos dígitos tiene $32^{33} \times 125^{57}$?

10. Para obtener 8^8, ¿a qué potencia debemos elevar 4^4?

11. ¿Cuánto vale $\sqrt{2^{16} + 2^{15} + 2^{12}}$?

12. Si $x^2yz^3 = 7^3$ y $xy^2 = 7^9$, ¿a qué es igual xyz?

13. Un número primo tiene tres dígitos a, b y c, en ese orden. ¿Cuántos divisores primos tendrá el número de seis dígitos abcabc?

14. ¿Cuál es el menor entero n para el cual $(2^2 - 1)(3^2 - 1)(4^2 - 1) \dots (n^2 - 1)$ es un cuadrado perfecto?

1. Ordena de menor a mayor:

a) **a, b, c, d, e, sabiendo que a − 1 = b + 2 = c − 3 = d + 4 = e − 5**

b) $\frac{3+4}{6+8}, \frac{34}{68}, \frac{4-3}{8-6}, \frac{3\times4}{6\times8}, \frac{3\div4}{6\div8}$

c) **44 x 777, 55 x 666, 77 x 444, 88 x 333, 99 x 222**

d) $\frac{1234}{321}, 10^2, \sqrt[3]{100000}, (1 + 10 + 10^2), \pi^2$

2. Simplifica las siguientes fracciones:

a) $\frac{1}{2+\frac{3}{4}}=$

b) $2+\frac{1}{0+\frac{1}{1+\frac{1}{7}}}=$

c) $\frac{1}{2+\frac{3}{4+\frac{5}{6}}}=$

3. Dado que: $\frac{40}{7}=T+\frac{1}{1+\frac{1}{V+\frac{1}{V}}}$. Si T y V son enteros. ¿Cuál es el valor de $T + V$?

4. Dado que $\frac{68}{19}=K+\frac{1}{E-\frac{1}{A-\frac{1}{K}}}$. Cuando A, E y K son enteros, ¿cuál es el valor de $K \times E \times A$?

5. Resuelve utilizando el algoritmo de la multiplicación con los factores escritos en notación decimal:

a) **18 × 9**

b) **25 × 15**

c) **384 × 11**

d) **321 × 456**

Grafica con áreas rectangulares los incisos b y c.

6. Resuelve:

a) $(n + 2)(m + 3) =$

b) $(x - 3)(y + 4) =$

c) $(a + 1)(b + 2)(c - 5) =$

d) $(a + 2)(a - 3) =$

e) $(a + b)(a + c) =$

f) $(a + b)(a - b) =$

g) $(a + b)^2 =$

h) $(a + b)^3 =$

i) $(a + b + c)^2 =$

Grafica con áreas rectangulares los incisos a, e, g y i.

7. Factoriza:

a) $ac + ad + bc + bd =$

b) $5a + ab + 8b + 40 =$

c) $ac - ad - bc + bd =$

d) $-3a + ab - 4b + 12 =$

e) $x^2 + 10x + 21 =$

f) $y^2 + 3y + 2 =$

g) $x^2 - 10x + 21 =$

h) $y^2 - y - 2 =$

i) $a^2 - 2ab + b^2 =$

j) $n^2 - 16 =$

k) $a^2 + 2ab + b^2 + 2a + 2b =$

8. Encuentra el valor de las variables (todos representan números enteros):

a) $x^5 + 2x^3 - x^2 = 0$

b) $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \ldots}}} = 2$

c) $17 \times A = 1017^2 - 1000^2$

d) $\dfrac{P + 1}{P \times P - 1} = \dfrac{1}{10}$

9. Hace dos años, la población de una ciudad era un número elevado al cuadrado. Hace un año, con 100 personas más, la población resultó ser un número elevado al cuadrado más uno. Ahora, con otro aumento de 100 personas, la población es nuevamente un número elevado al cuadrado. ¿Cuál era la población hace dos años?

10. Resuelve las siguientes operaciones haciendo uso de la distribución y la factorización:

a) $2017 + 77 + 555 + 983 + 23 + 345 =$

b) $1234 + 5431 + 789 - 134 - 231 - 819 =$

c) $46 \times 22 + 37 \times 22 + 17 \times 22 =$

d) $112 \times 112 - 111 \times 113 =$

e) $9 \times 1 + 99 \times 2 + 999 \times 3 + 9999 \times 4 =$

f) $(20142015)(20152014) - (20142014)(20152015) =$

1. Resuelve:

a) $2 + 4 + 6 + \ldots + 98 + 100 =$

b) $5 + 7 + 9 + \ldots + 99 + 101 =$

c) $6 + 11 + 16 + \ldots + 151 + 156 =$

d) $(1 - 2) - (3 - 4) - (5 - 6) - (7 - 8) - (9 - 10) =$

e) $\dfrac{100-99+98-97+\ldots+2-1}{50} =$

f) $\dfrac{1}{2019} + \dfrac{2}{2019} + \dfrac{3}{2019} + \ldots + \dfrac{2019}{2019}$

g) $\dfrac{10}{2} \times \dfrac{9}{3} \times \ldots \times \dfrac{3}{9} \times \dfrac{2}{10} =$

h) $\dfrac{2019 \times 2.019}{201.9 \times 20.19} =$

i) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\ldots\times\left(1-\frac{1}{2019}\right)=$

j) $\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\times\ldots\times\left(1+\frac{1}{2019}\right)=$

k) $\dfrac{1}{1\times2} + \dfrac{1}{2\times3} + \dfrac{1}{3\times4} + \ldots + \dfrac{1}{2018\times2019}$

l) $\dfrac{1}{4\times9} + \dfrac{1}{9\times14} + \dfrac{1}{14\times19} + \dfrac{1}{19\times24} + \ldots + \dfrac{1}{2014\times2019}$

m) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{12} + \dfrac{1}{20} + \ldots + \dfrac{1}{9900} =$

n) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{100}\right)\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{99}\right)\times\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{98}\right)\times\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{97}\right)\times\ldots\times\left(\frac{1}{99}-\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{1}{100}-\frac{1}{2}\right)$

o) $\dfrac{3}{5\times10} + \dfrac{3}{10\times15} + \dfrac{3}{15\times20} + \dfrac{3}{20\times25} + \ldots + \dfrac{3}{2015\times2020}$

p) $\dfrac{1}{1+2\left(\frac{1}{1+2\left(\frac{1}{1+\ldots}\right)}\right)}$

q) $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{2019} =$

r) $3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^{2019} =$

2. ¿Cuál es la suma de los primeros 100 términos de la sucesión:
1, 3, 1, 3, 3, 1, 3, 3, 3, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 3, ...?

3. Una lista de 2019 números empieza con 1, -1, 1, -1, 1. A partir de la sexta posición, el número que se escribe es el producto de los dos números anteriores. Por ejemplo, el sexto número en la lista es -1, que es el producto del cuarto y quinto número de la lista. ¿Cuál es la suma de todos los números de la lista?

4. ¿Cuánto vale $x - y$ si $x = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots 2005^2$ y $y = 1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \cdots + 2004 \times 2006$?

5. La mamá de Carolina nació en el siglo pasado y su año de nacimiento es el cuarto número de uno de los renglones de un arreglo triangular que avanza como el siguiente. ¿Cuál es ese año?

1
2 3
4 5 6
7 8 9 10
11 12 13 14 15

6. Determina el valor de la suma siguiente:

$$S = 1(2000) + 2(1999) + 3\,(1998) + \cdots + 1999(2) + 2000(1)$$

7. Considera las siguientes sumas:

$S_1 = 1$, $S_2 = 1 + 3$, $S_3 = 1 + 3 + 6$, $S_4 = 1 + 3 + 6 + 10$, $S_5 = 1 + 3 + 6 + 10 + 15$

Siguiendo ese patrón, ¿cuál es mínimo valor de n, para que S_n sea mayor que 2019?

1. Encuentra 5 números impares cuya suma sea 40.

2. Responde y justifica:

a) ¿Puedes intercalar los símbolos “+” ó “-” entre los siguientes números de manera que la suma sea cero?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

b) ¿Puedes intercalar los símbolos “+” ó “-” entre los siguientes números de manera que la suma sea cero?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

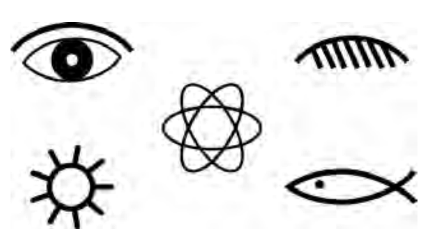
c) ¿Puedes intercalar los símbolos “+” ó “-” entre los siguientes números de manera que la suma sea 13?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

3. El producto de 22 enteros es igual a 1. ¿La suma de esos 22 números podría ser cero?

4. Daniel escribió los números del 1 al 9 en un pizarrón. Después de borrar cuatro de ellos, se dio cuenta de que al elegir cualesquiera dos de ellos y sumarlos el resultado siempre era distinto a 10. ¿Cuál número no pudo ser uno de los números que Daniel borró?

5. En un lenguaje antiguo los símbolos que se muestran abajo representan los números 1, 2, 3, 4 y 5, en algún orden.



¿Cuál de los símbolos representa el número 3 si se sabe que se cumplen las siguientes tres igualdades?

6. Un rectángulo está dividido en 40 cuadritos iguales. Sonia eligió una columna y la coloreó toda. Quedaron varios cuadritos sin colorear y la cantidad de columnas que quedaron sin colorear es par. ¿Cuántos cuadritos quedaron sin colorear?

7. ¿Cuántos y cuáles números primos de dos cifras cumplen con que la suma de sus dígitos es 11?

8. La secuencia 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... es una serie donde cada término es encontrado sumando los dos números anteriores a él. ¿Cuántos números pares hay en la secuencia antes del término en el lugar 67?

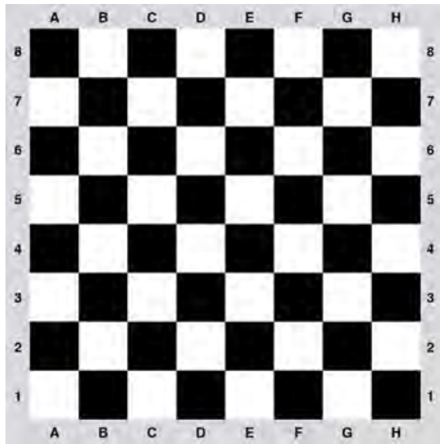
9. Los 30 cuentos de un libro tienen entre 1 y 30 páginas de extensión. El primer cuento empieza en la primera página. En el libro no hay páginas en blanco ni dos cuentos que compartan una página. Si no hay dos cuentos que tengan la misma extensión, ¿cuál es la mayor cantidad de cuentos que pueden comenzar en una página impar?

10. En una caja hay siete cartas numeradas del 1 al 7. Luis toma tres cartas. Antonia, su amiga escoge dos y deja las otras dos en la caja. Tras mirar las suyas, Luis asegura a Antonia: "La suma de tus cartas es par". ¿Cuánto suman las cartas de Luis para poder asegurar eso?

11. Brenda anotó en su cuaderno varios números enteros, todos diferentes. Exactamente dos de ellos eran pares y exactamente trece de ellos divisibles por 13. Si M es el número más grande de la lista, ¿cuál es el menor valor posible para M?

12. Un cuadrado mágico es una cuadrícula de 3 x 3 al que se le escriben números en cada casilla de tal forma que si se suman los tres números de cada renglón, o los tres números de cada columna, o los tres números de cada diagonal, se obtiene el mismo número. ¿Es posible llenar las casillas de un cuadrado mágico con los primeros 9 números primos? **Nota:** Los primeros nueve números primos son 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 y 23.

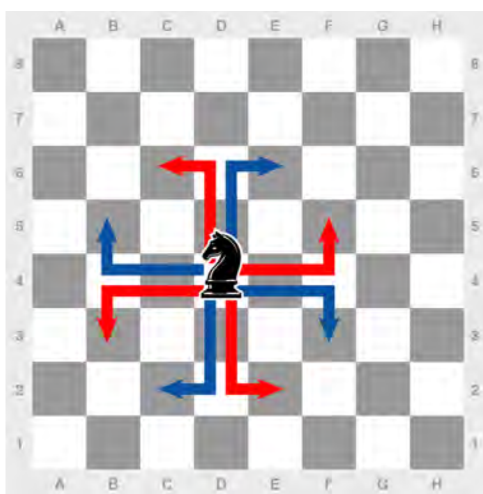
13. Un tablero de 8 x 8 está pintado de blanco y negro, como un tablero de ajedrez.



Una turno consta de intercambiar dos renglones o dos columnas del tablero. ¿Se puede llegar, después de una , a que el borde izquierdo del tablero sea blanco y el borde derecho sea negro?

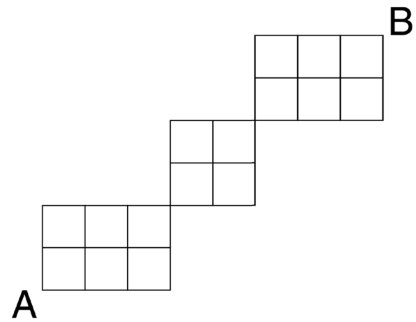
14. ¿Puede un caballo de ajedrez que está en la casilla inferior izquierda del tablero ir a la casilla superior derecha pasando una sola vez por todas y cada una de las casillas restantes?

Nota: En el juego de ajedrez, los caballos se mueven en L, de la siguiente manera:

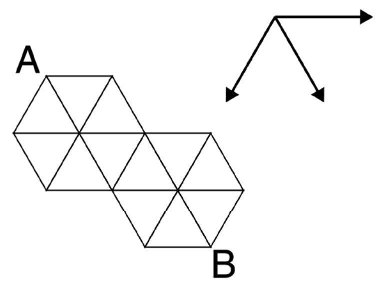


15. Si 25 niñas y 25 niños se sientan alrededor de una mesa, resulta que siempre hay alguien que está sentado o sentada entre dos niñas. ¿Por qué pasa esto?

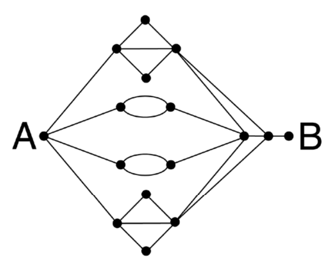
1. Si sólo se puede avanzar hacia arriba o hacia la derecha, ¿de cuántas maneras se puede ir del punto A al punto B pasando por las líneas de la cuadrícula?



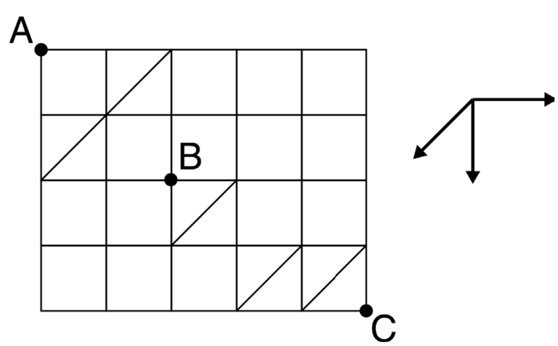
2. ¿Cuántas maneras hay de ir desde A hasta B, si sólo nos podemos mover en las direcciones que indican las flechas y sobre las líneas?



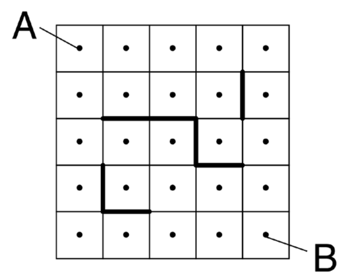
3. ¿Cuántos caminos hay de A a B siempre avanzando y sin repetir tramos?



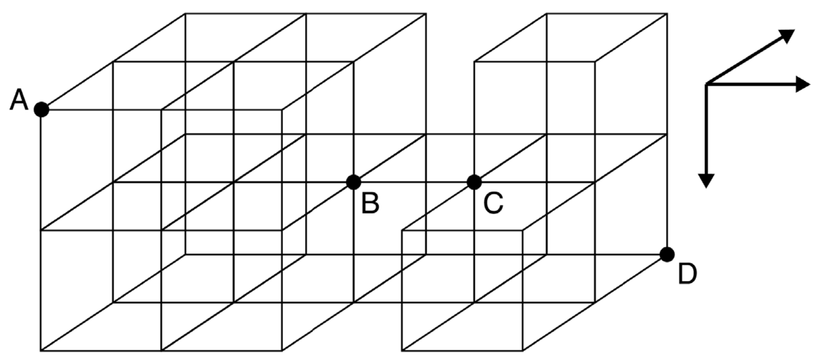
4. ¿Cuántas maneras hay de llegar de A a C, pasando por B, avanzando por las líneas únicamente en la dirección que muestran las flechas?



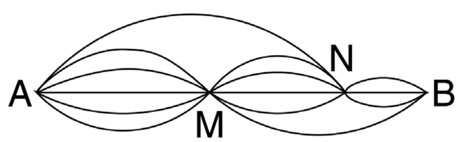
5. ¿De cuántas maneras diferentes se puede dibujar un camino de A a B uniendo los puntos que están en los centros de los cuadritos sin cruzar las líneas que se han resaltado, si además cada camino debe estar formado únicamente por 8 líneas, que pueden ser verticales u horizontales?



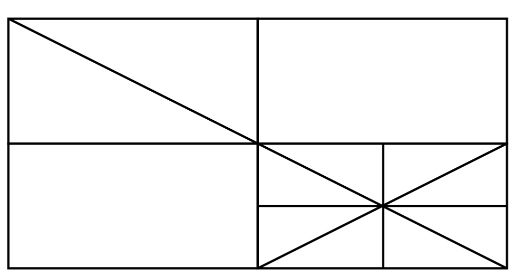
6. Si una hormiga debe ir de A a D, pasando siempre por B y C, y moviéndose sólo en las direcciones que se muestran en el diagrama, ¿de cuántas maneras puede hacerlo?



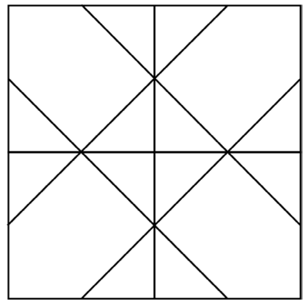
7. ¿De cuántas maneras se puede ir de A a B y luego de regreso de B a A, siempre avanzando y sin repetir tramos?



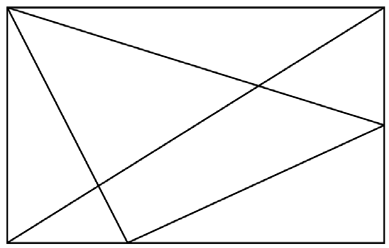
8. En la figura, ¿cuántos triángulos rectángulos se encuentran en ella utilizando las líneas mostradas?



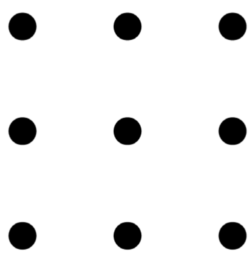
9. ¿Cuántos triángulos hay en el diagrama siguiente utilizando las líneas mostradas?



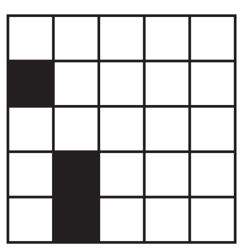
10. ¿Cuántos triángulos hay en el siguiente rectángulo?



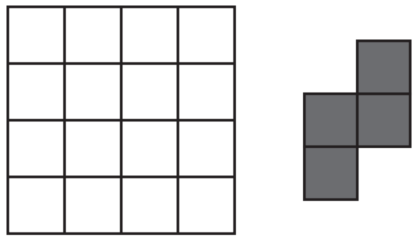
11. ¿Cuántos triángulos pueden ser formados conectando 3 puntos (como vértices) del diagrama mostrado a continuación?



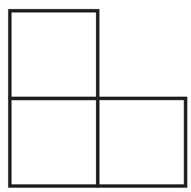
12. Eugenia va a pintar de negro un rectángulo de 3 × 1 en la cuadrícula de la figura. Si el nuevo rectángulo no puede ser adyacente ni tocar la esquina de los que ya se han pintado, ¿de cuántas maneras puede hacerlo? (El rectángulo puede ser de 3 × 1 y 1 × 3).



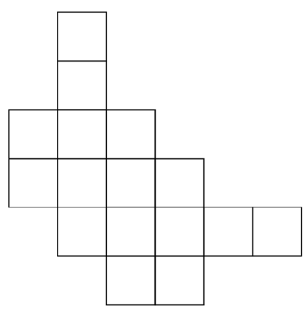
13. Violeta tiene una hoja cuadriculada como se muestra en la figura. Siguiendo las líneas de la cuadrícula, ella recorta varias copias de la pieza que se muestra a la derecha. La pieza puede recortarse en cualquier posición sobre la hoja, incluso bocabajo. ¿Cuál es la cantidad más grande de piezas que puede obtener?



14. ¿Cuál es el mínimo número de piezas de rompecabezas, como la que se muestra, necesarias para formar un cuadrado sin sobreponer ni dejar huecos?



15. En el tablero de la figura, cada cuadrito es de 1 × 1. Se quiere cubrir el tablero con 8 rectángulos de 2 × 1, de manera que no haya dos rectángulos que se traslapen y que ningún rectángulo se salga del tablero. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto?



16. En una cuadrícula de 8 × 8,

a) ¿Cuántos rectángulos hay usando las líneas de la cuadrícula?

b) ¿Cuántos de los rectángulos anteriores son cuadrados?

1. ¿Cuántos números de dos dígitos existen que, cuando son multiplicados por siete, resulta un número de dos dígitos?

2. ¿Cuántos números de dos cifras, es decir, del 10 al 99, son tales que el dígito de la derecha es más grande que el de la izquierda? Por ejemplo, 23 es uno de los números que cumple la propiedad, pero 72 y 44 no.

3. Se dan cuatro dígitos: 1, 2, 3 y 4. Estos cuatro dígitos pueden acomodarse para formar números de cuatro dígitos distintos. Si se acomodan todos los números posibles del menor al mayor, ¿en qué lugar queda el “2143”?

4. Chantal quiere escoger dos días diferentes de la semana para trotar y no quiere trotar dos días consecutivos. Cada semana trotará los mismos días. ¿De cuántas maneras puede escoger los días?

5. En una lista se escribieron todos los números de cuatro dígitos que pueden formarse usando siempre los dígitos 2, 0, 1, 3 (sin repetir ninguno). Los números quedaron escritos de mayor a menor. Después se calcularon las diferencias entre cada dos números consecutivos de la lista, siempre restando a cada número el que le sigue en la lista. ¿Cuál es la mayor de estas diferencias?

6. Tobías escribe todos los números del 1 al 100. ¿Qué dígito aparece menos veces?

7. En cierto mes, tres domingos fueron días con número par. ¿Qué día de la semana fue el 20 de ese mes?

8. Un pueblo tiene 987654 casas. Si cada casa tiene sólo un número teléfonico y ninguno empieza con 0, ¿cuál es la mínima cantidad de dígitos que deben tener los números telefónicos del pueblo?

9. Una pelota de fútbol está formada de piezas de cuero blancas y negras. Las piezas negras son pentágonos regulares y las piezas blancas son hexágonos regulares. Cada pentágono está rodeado por 5 hexágonos y cada hexágono está rodeado por 3 pentágonos y 3 hexágonos. La pelota tiene 12 pentágonos negros. ¿Cuántos hexágonos blancos tiene?

10. Cuatro nadadores van a disputar la final del campeonato mundial. Los premios son:

1º-medalla de oro
2º-medalla de plata
3º-medalla de bronce

¿De cuántas maneras pueden ser distribuidas esas medallas?

11. Con las letras de la palabra TRIÁNGULO:

a) ¿Cuántas palabras pueden formarse usando las nueve letras?
b) ¿Cuántas de estas palabras comienzan con T y terminan en O?
c) ¿Cuántas palabras del inciso a tienen las cuatro vocales juntas?
d) ¿En cuántas opciones del primer inciso la A ocupa lugar impar?
e) ¿Y en cuántas la A y la O ocupan lugares impares simultáneamente?

Nota: Las palabras pueden o no tener sentido o significado.

12. Iván hace pulseras con cuentas grabadas con una letra. En cada pulsera amarra una, dos o hasta tres cuentas con letras diferentes y, entre cada cuenta, coloca una cantidad uniforme de piedras suficientes para completar una pulsera. Si tiene cuentas con las letras B, L, G, R y J, ¿cuántas pulseras diferentes puede hacer Iván?

13. Cinco niños van a bailar tomados de las manos. Pueden acomodarse en uno o en varios círculos y también pueden bailar niños solos. ¿De cuántas maneras pueden acomodarse para bailar?

1. Un grupo ecologista va a sembrar árboles en la avenida principal de una ciudad. Comienzan en el inicio de la avenida y después siembran un árbol cada 6 metros. Al siguiente año, el mismo grupo hizo el mismo proceso pero, poniendo árboles cada 14 metros, donde no hubiera un árbol ya sembrado. Si la avenida mide 5723 metros, ¿cuántos árboles sembraron en los dos años?

2. Cuando Carla abrió su libro de inglés que está numerado por hoja, se dio cuenta de que su hermanito le había arrancado varias hojas. El hermanito de Carla arrancó todas las hojas que tuvieran un 7 en el número de hoja y todas las hojas cuyo número es múltiplo de 3. El libro tenía antes 324 hojas, ¿cuántas tiene ahora?

3. El maestro César va a aplicar un examen sorpresa a algunos estudiantes de su grupo de 87 alumnos. Van a presentar el examen los que tengan número de lista múltiplo de 4, de 6 o de 14. ¿Cuántos alumnos se salvan de presentar el examen sorpresa?

4. En un taller todos los asistentes saludaron de mano una vez con cada uno de sus compañeros. Si hubo 231 saludos, ¿cuántas personas había en el taller?

5. Anoche escribí el número telefónico de un amigo en una servilleta. El número que escribí es 142709. Como los números telefónicos en mi ciudad deben tener siete cifras, me faltó una pero no sé ni qué dígito era ni en qué posición iba. El dígito que me faltó puede haber sido cualquiera de los 10 dígitos del 0 al 9. ¿Cuántos números diferentes debo marcar para asegurar comunicarme con mi amigo?

Nota: En los teléfonos puede existir un cero al inicio.

6. Una persona que sale de vacaciones desea llevarse cuatro libros para leer. Cuenta con cuatro novelas policiales distintas y seis libros diferentes de cuentos cortos. ¿De cuántas formas puede hacer la elección si quiere llevar al menos una novela?

7. De cuántas formas es posible distribuir 12 libros diferentes entre cuatro niños de modo que:

a) Cada niño reciba tres libros.
b) Los dos niños mayores reciban cuatro libros cada uno y los dos menores reciban dos libros cada uno.

8. En el vivero Coyoacán tienen solamente un ejemplar de cada uno de los tipos de plantas que venden. Un día, Julia acude a comprar plantas para su casa. Resuelve para cada una de las siguientes situaciones si Julia quiere comprar por lo menos una planta.

a) ¿Cuántas compras diferentes puede hacer si son 5 tipos de plantas?
b) ¿Cuántas compras diferentes puede hacer si son 16 tipos de plantas?
c) ¿Cuántas compras diferentes puede hacer si son n tipos de plantas?

9. En una escuela todos los estudiantes deben inscribirse a un club. Hay club de bordado, de escalada, de repostería, de cultivo de hortalizas y de escritura. A esa escuela asisten 64 niños. Si no hay límite de cuántos niños puede haber en cada club, ¿de cuántas maneras pueden conformarse los grupos de los clubes?

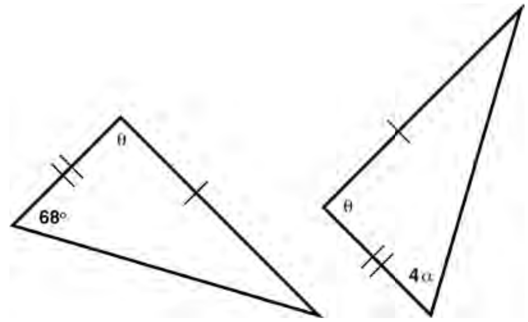
Nota: Pueden quedar clubes sin estudiantes.

10. ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar borrando por lo menos una de las letras de la palabra ANTENA? Por ejemplo, algunas palabras que se obtienen así son A, TNA, ANTNA.

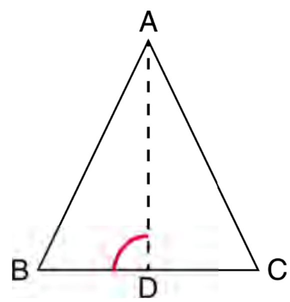
Nota: Las letras no se reordenan.

11. Un panadero vende tres tipos de panes: conchas, donas y empanadas. Al final del día le quedan 9 conchas, 3 donas y 5 empanadas. ¿De cuántas formas puede el panadero de empacar una docena de panes en una bolsa?

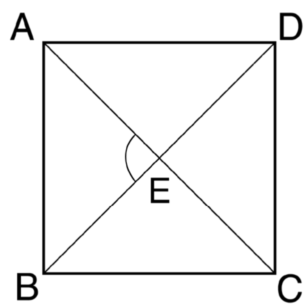
1. En la siguiente figura, ¿cuánto mide el ángulo α?



2. En el triángulo de abajo, ABC es un triángulo donde AB = AC, D es punto medio de BC. ¿Cuánto mide el ángulo ADB?



3. En la figura siguiente, ABCD es un cuadrado. ¿Cuánto mide el ángulo AEB?



4. Sea ABCD un cuadrilátero tal que cada ángulo es igual a su ángulo opuesto en el cuadrilátero, ¿qué clase de cuadrilátero es ABCD?

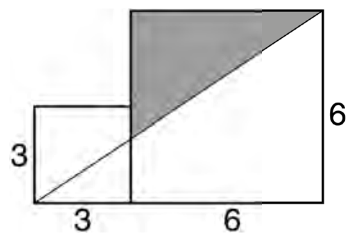
5. En el cuadrilátero ABCD, AB es paralelo a CD y AB = CD. ¿Qué clase de cuadrilátero es el ABCD?

6. ¿Por qué un cuadrilátero de cuatro lados iguales no es necesariamente un cuadrado?

7. En un paralelogramo, ¿a qué razón se cortan sus diagonales?

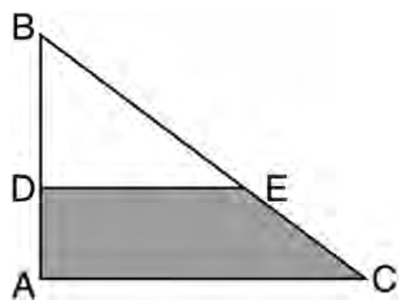
8. Sobre los lados AB y CA que son los lados que conforman al ángulo recto de un triángulo rectángulo ABC se construyen triángulos equiláteros ABD y CAF. Si el segmento BF mide 5 unidades, ¿cuánto mide el segmento CD?

9. En la figura siguiente, cada lado del cuadrado más pequeño mide 3 y cada lado del cuadrado más grande mide 6.

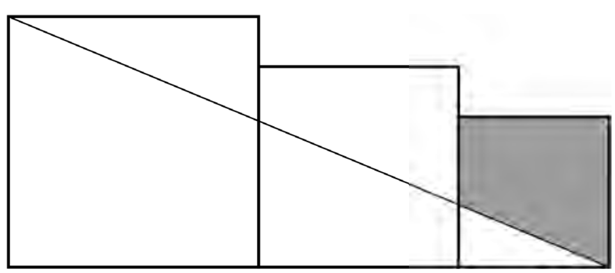


a) ¿Cuánto mide el lado vertical del triángulo sombreado?
b) ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?

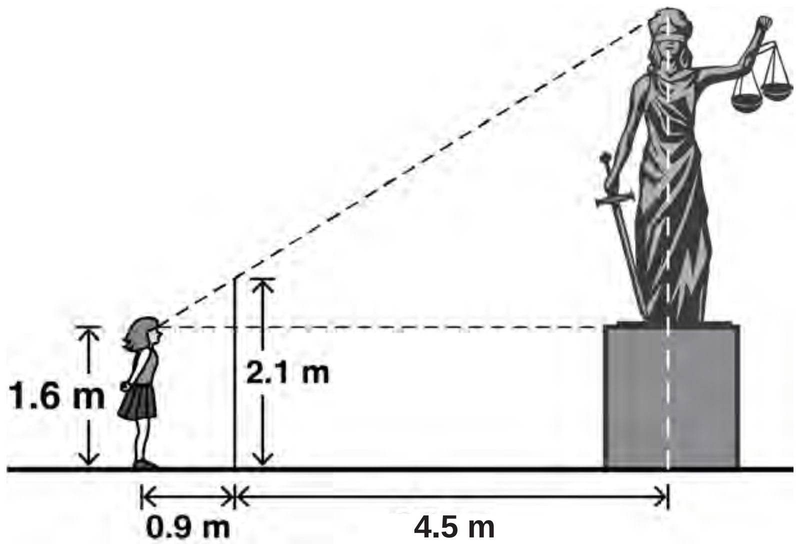
10. En el triángulo ABC con ángulo de 90° en A, su lado AB = 21 cm y su lado AC = 28 cm. Desde el punto D, tal que AD = 9 cm, se traza una paralela a AC. Halla el área y el perímetro del trapecio ADEC.



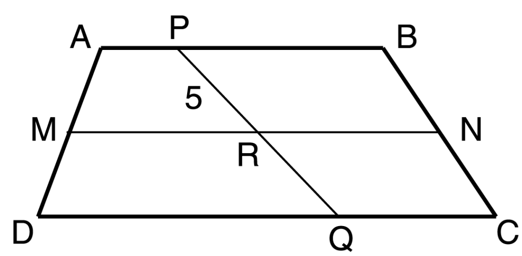
11. En la figura de abajo hay 3 cuadrados con medidas 10, 8 y 6 en ese orden, y se ha trazado una diagonal desde los puntos más alejados. ¿Cuánto mide el área sombreada?



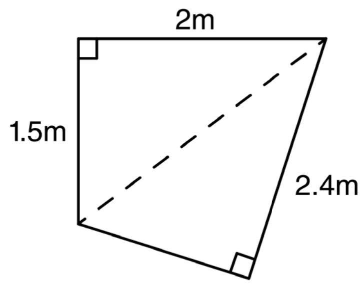
12. En la figura siguiente, ¿cuánto mide la estatua desde el suelo?



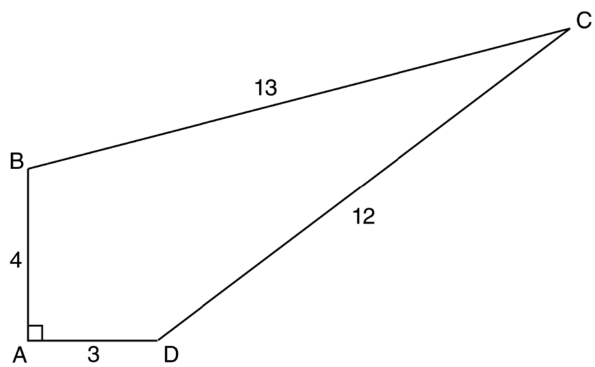
13. Sea ABCD un trapecio tal que AB es paralela a CD, y sean M y N los puntos medios de AD y BC, respectivamente. Se traza una recta transversal al trapecio de forma que corta a AB en el punto P, a CD en el punto Q y a MN en R. Si PR mide 5 cm, ¿cuánto mide RQ? ¿Sucederá algo parecido para cualquier transversal?



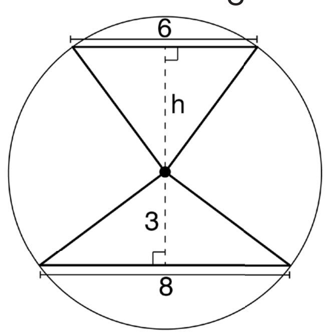
1. Se quiere alfombrar una habitación que tiene forma de un cuadrilátero como el de la figura. ¿Cuál es el área de la alfombra requerida?



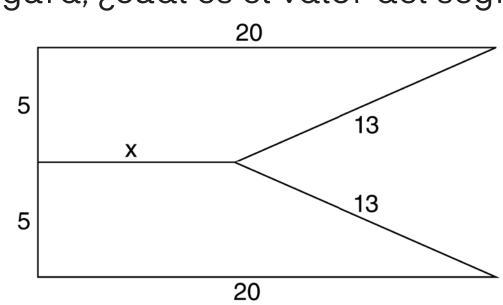
2. ¿Cuál es el área del cuadrilátero ABCD?



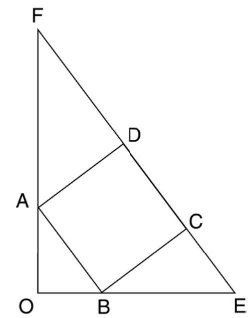
3. Dos triángulos tienen vértices en el centro del círculo como se muestra en la figura. ¿Cuál es la altura h del triángulo con base 6?



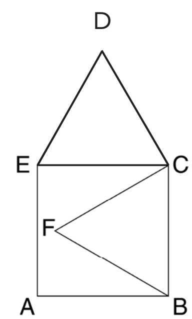
4. En la siguiente figura, ¿cuál es el valor del segmento señalado con x?



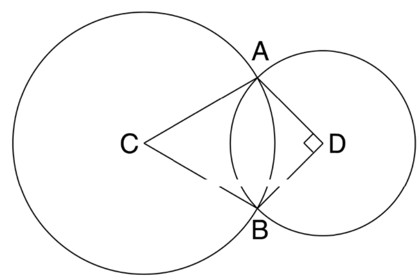
5. En la figura, ABCD es un cuadrado y OEF un triángulo rectángulo. OA = 48 y OB = 36. ¿Cuánto mide EF?



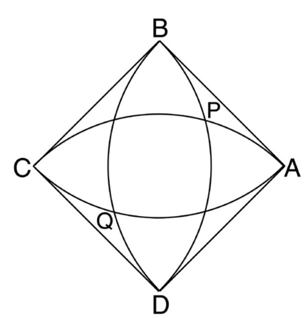
6. En la figura, ABCE es un cuadrado mientras que BCF y CDE son triángulos equiláteros. Si AB mide 1, ¿cuál es la longitud de FD?



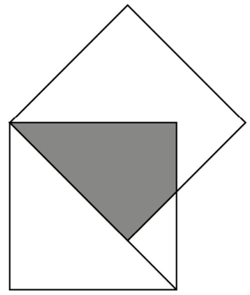
7. Los círculos de la figura tienen sus centros en C y D. Además, se intersectan en A y B. Si el ángulo ACB mide 60°, AD = 1 y el ángulo ADB mide 90°. ¿Cuánto mide CA?



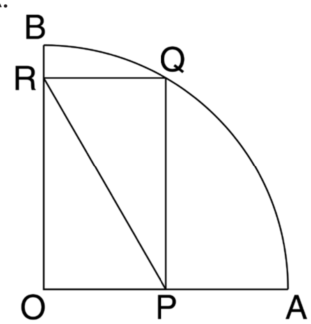
8. En la figura, ABCD es un cuadrado de lado 1. Desde A, B, C y D se trazan con un compás, con la apertura de un lado del cuadrado, cuartos de circunferencia. ¿Cuál es la longitud de PQ?



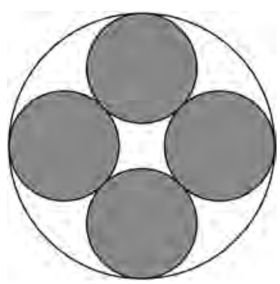
9. En la figura se muestran dos cuadrados de lado 1. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



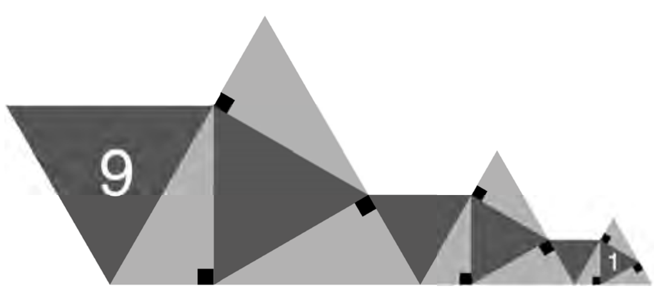
10. El diagrama muestra un cuadrante OAB de un círculo con centro en O y el cuadrilátero OPQR es un rectángulo. Dado que PR = 7cm, encuentre la longitud del segmento OA.



11. Una catedral gótica tiene ventanas como la de la figura, con varios círculos iguales y tangentes a dos de ellos y un círculo grande tangente y externo a todos. En la figura hay 4 círculos pequeños. Si los círculos pequeños tienen radio 1, ¿cuál es el perímetro del círculo grande?



12. La siguiente figura está construida a base de triángulos equiláteros. ¿Cuál es la razón del área del triángulo 1 respecto al triángulo 9?



1. Responde:

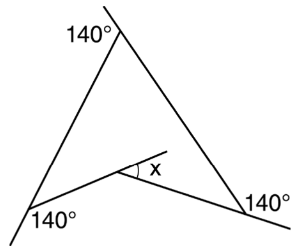
a) ¿Cuánto suman los ángulos internos de un pentágono?

b) ¿Cuánto suman los ángulos internos de un polígono de 7 lados?

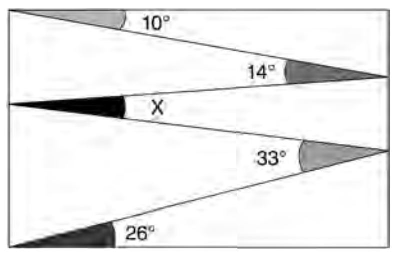
c) ¿Y de uno de 20 lados?

d) ¿Cuánto suman los ángulos internos de un polígono de n lados?

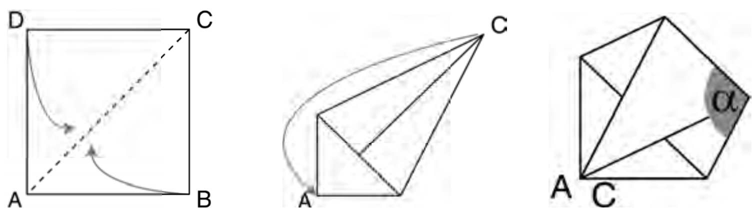
2. Encuentra el valor de la medida del ángulo x en la figura siguiente:



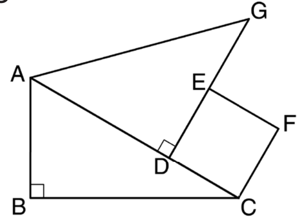
3. Se dibujaron líneas dentro de un rectángulo, creando distintos ángulos como se muestra en la figura. ¿Cuánto mide el ángulo marcado con X?



4. De un cuadrado de papel se construye un pentágono, de la siguiente manera: se doblan las esquinas B y D de modo que queden sobre la diagonal AC y se vuelve a doblar la figura obtenida tal que la esquina C coincida con la esquina A. ¿Cuánto mide el ángulo que se marca en la figura como ∝?

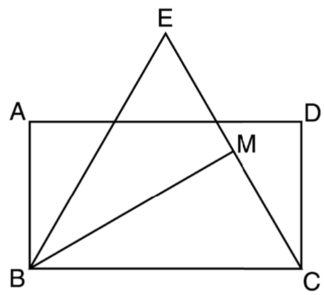


5. En la figura de abajo CDEF es un cuadrado. E es el punto medio de DG, y AD = 2 DC. También los ángulos ABC y ADG son rectos. Si el ángulo BAG mide 105°, ¿cuánto mide el ángulo BCA?

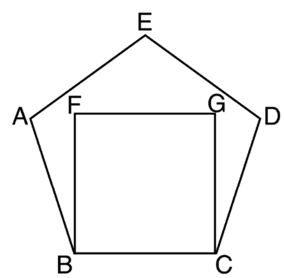


PROMATE

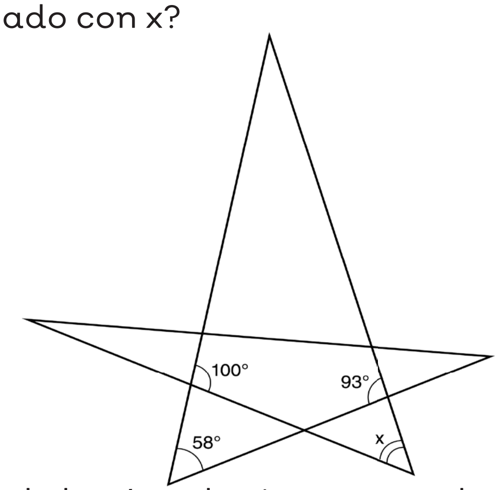
6. Sea ABCD un rectángulo con BC = 2AB y EBC un triángulo equilátero de tal forma que EC cruce con AD. Si M es el punto medio de EC, ¿cuánto mide el ángulo DMC?



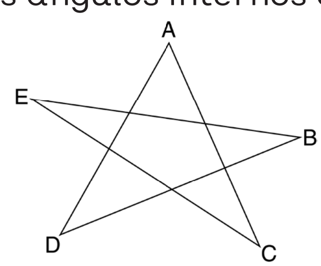
7. En el interior del pentágono regular ABCDE se dibuja un cuadrado BCGF de manera que el lado BC del pentágono y el lado BC del cuadrado coinciden. ¿Cuánto mide el ángulo FAC?



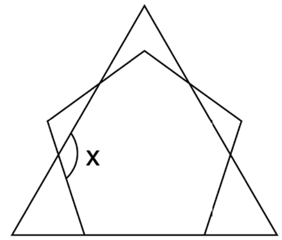
8. En la estrella se señalan los valores de algunos ángulos. ¿Cuál es el valor del ángulo marcado con x?



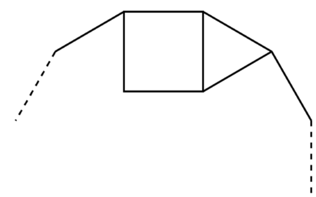
9. Calcula la suma de los ángulos internos en los vértices A, B, C, D y E.



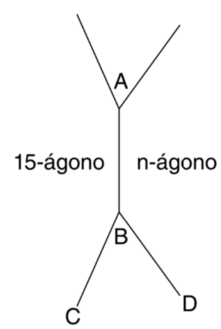
10. En la figura de abajo se muestra un triángulo equilátero y un pentágono regular. ¿Cuánto mide el ángulo x?



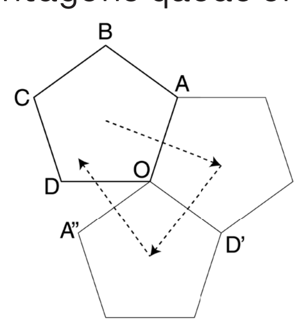
11. En un polígono de n lados se puede colocar un cuadrado y un triángulo adyacentes por todo su contorno de forma alternada. ¿A cuánto equivale n?



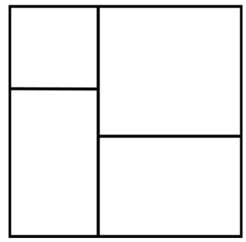
12. Dos polígonos regulares de lado 1, uno de 15 lados y otro tiene n lados, están pegados por un lado como se muestra en la figura. El punto C es un vértice del 15-ágono mientras que D es un vértice del n-ágono Sabiendo que la distancia entre C y D es 1, ¿cuál es el valor de n?



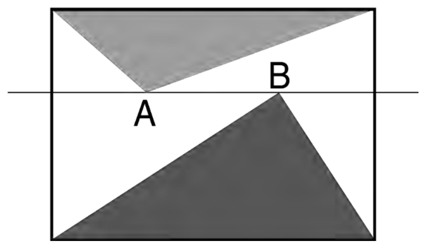
13. El pentágono regular OABCD se refleja con respecto al lado OA (por ejemplo, D se reflejó en D'). El pentágono obtenido se refleja sobre OD' (por ejemplo, el vértice A se refleja en el punto A''), y así sucesivamente siempre sobre el punto O. ¿Cuál es la menor cantidad de veces que se debe seguir este proceso para que el pentágono quede en su posición original?



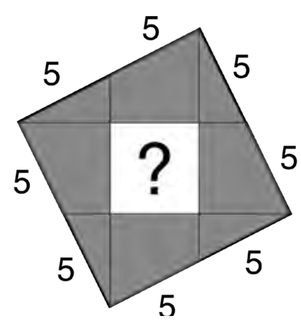
1. El diagrama muestra un cuadrado dividido en 4 rectángulos. Si la suma del perímetro de los 4 rectángulos es 40cm, encuentra el área del cuadrado.



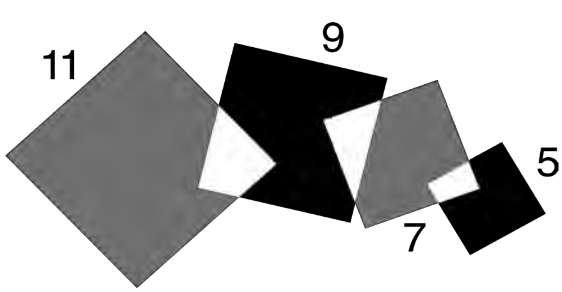
2. El diagrama muestra un rectángulo y una línea paralela a la base, en la que se han elegido los puntos A y B, como se muestra en la figura. La suma de las áreas de los triángulos sombreados es 10 cm^2. ¿Cuál es el área del rectángulo?



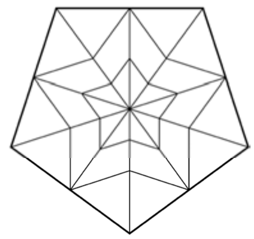
3. En el siguiente cuadrado, ¿cuál es el área del cuadrado interior?



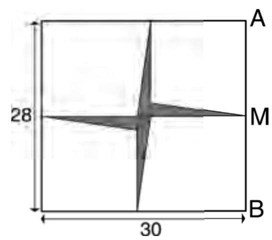
4. En la figura se muestran 4 cuadrados sobrepuestos con lados que miden 11, 9, 7 y 5. ¿Cuánto vale el área de las regiones grises menos el área de las regiones negras?



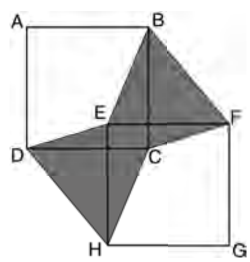
5. En el pentágono regular de la figura se construyó la estrella más grande uniendo los puntos medios de los lados del pentágono con los puntos medios de las líneas que van de los vértices al centro del pentágono. La estrella más pequeña se construyó uniendo los puntos medios de los segmentos que van del centro del pentágono a los vértices de la estrella más grande. Si el área de la estrella pequeña es 1 cm^2, ¿cuál es el área del pentágono?



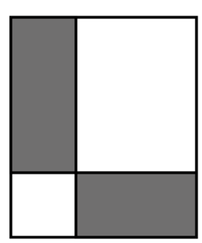
6. Siendo M el punto medio del lado AB del rectángulo, ¿cuál es el área de la región sombreada formada por los cuatro triángulos rectángulos iguales que se muestran en la figura?



7. En la figura ABCD y EFGH son dos cuadrados iguales. El área de la región sombreada es 1. ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?

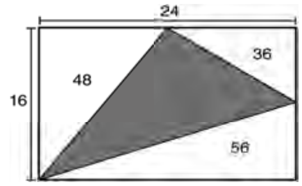


8. El rectángulo de la figura está dividido en tres rectángulos y un cuadrado. Si el perímetro del rectángulo no sombreado es $\frac{64}{6}$ cm, y el área del cuadrado es 36 cm^2, ¿cuánto mide el área sombreada?



PROMATE

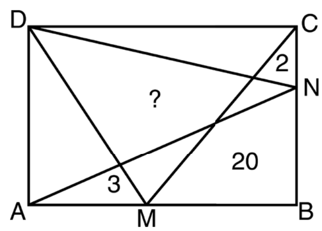
9. En el rectángulo de la figura se trazaron 4 triángulos rectángulos, 3 de los cuales tienen perímetros de 48, 36 y 56.



a) ¿Cuál es el perímetro del triángulo sombreado?
b) ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?

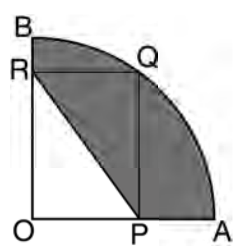
10. Un alambre se corta en dos partes de igual longitud. Una parte se dobla para formar un triángulo equilátero y la otra para formar un hexágono regular. ¿Cuál es la razón entre del área del hexágono y del triángulo?

11. El rectángulo de la figura está dividido en 8 regiones. Las áreas de tres de las regiones son 2, 3 y 20 según se indica en la figura. Encuentra el área de la región marcada con "?".



12. Un vitral tiene la forma y color que se indica en la figura, donde las letras G, R y B representan que la región correspondiente es gris, roja o blanca, respectivamente. Si hay 400cm^2 de cristal gris, ¿cuántos cm^2 de cristal blanco hay?

13. En la siguiente figura, que es la cuarta parte de un círculo, OB = 7cm y el perímetro de OPQR = 18 cm. ¿Cuánto mide el área sombreada?



Sesión 17 = **Perímetros y áreas I**

1. Llamemos *capicúa* a un año si tiene al menos dos cifras y se lee igual al derecho y al revés (por ejemplo 2002 fue un año capicúa). Un hombre nació un 1° de enero y vivió 12 años *capicúa*.

a) ¿Cuál es la menor edad que pudo haber tenido cuando murió?
b) De acuerdo con tu respuesta en a), ¿en qué años pudo haber nacido?

2. Se realiza un torneo de fútbol con 2003 equipos en el cual, en cada juego, el equipo que pierde es eliminado. Los equipos por enfrentarse se eligen al azar y, si el número de competidores en una etapa es impar, el equipo que "sobra" automáticamente a la siguiente etapa. ¿Cuántos partidos serán necesarios para elegir al ganador del torneo?

3. Un entero positivo n, lo dividimos entre 2 sin considerar decimales. Al cociente le hacemos el mismo proceso y así sucesivamente hasta obtener el número 1. Consideremos paso a cada proceso para llegar a 1. Por ejemplo, si n = 74, entonces se necesitan 6 pasos.

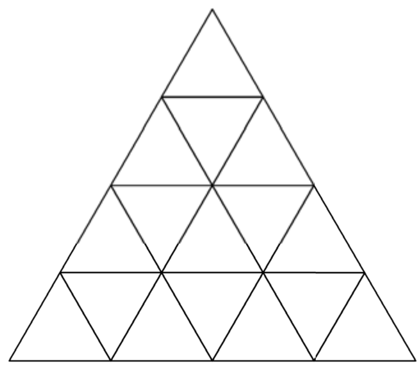
$$74 \rightarrow 37 \rightarrow 18 \rightarrow 9 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

¿Cuántos enteros necesitan exactamente 10 pasos?

4. Enrique tiene una colección de cartitas y le va a dar algunas a su hermana, según este procedimiento: Toma dos para él y le da una a su hermana; dos para él y una para su hermana; así hasta que se termina las cartitas (no se sabe a quién le tocó la última). Después, de las cartas que le quedaron a él, toma cinco para él mismo y dos para su hermana; cinco para él, dos para su hermana; así hasta que se termina las cartitas de nuevo. Si al final Enrique se quedó con 32 cartas, ¿cuál es el mínimo de cartas que se quedó su hermana?

5. Tres niños A, B y C participaron en un juego y los tres iniciaron con el mismo puntaje. En este juego, por cada ronda existe un ganador y dos perdedores. Cada niño al perder hace que su puntaje se divida a la mitad, mientras que el ganador obtiene todos los puntos que perdieron los otros dos niños. Se jugaron tres rondas y cada niño ganó una. Al final A tenía 70 puntos, B tenía 40 puntos y C tenía 130 puntos. ¿Quién ganó en cada una de las rondas?

6. Para un entero $n \geq 2$, un triángulo equilátero de lado n se divide en n^2 triángulitos equiláteros de lado 1, como se ilustra en la figura (para $n = 4$). Decimos que dos triangulitos internos son vecinos si comparten ya sea un lado o un vértice. Se quiere escribir los números del 1 al n^2 en los triangulitos (uno en cada triangulito), de tal manera que los números que estén escritos en esos los triangulitos vecinos no tengan el mismo residuo al dividirlos entre 5. ¿Para qué valores de n es esto posible?



7. Una rueda tiene a su alrededor 128 casillas numeradas en forma consecutiva del 1 al 128. Una pulga va saltando de una casilla a otra siguiendo la siguiente regla:

> Cuando está sobre la casilla con número N puede saltar únicamente a cualquiera de las dos casillas que están separadas N casillas de esa misma.

Por ejemplo, cuando está en la casilla 3, sus dos posibilidades de salto son a la casilla 6 o a la casilla 128. Determina todas las casillas donde puede haber iniciado sus saltos la pulga de tal manera que, sin importar cómo haya ido saltando, al terminar su quinto salto se puede asegurar que está en la casilla 128 aunque no sea por primera vez.

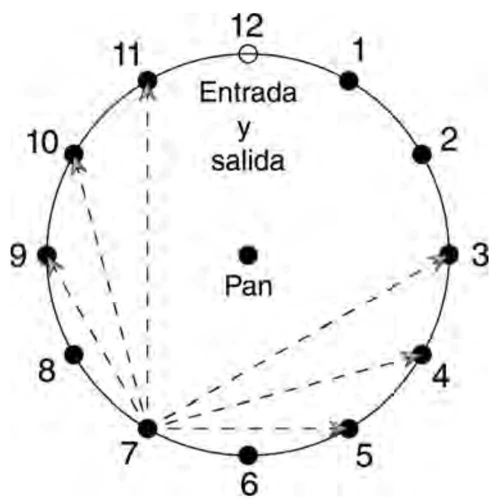
8. Alicia tiene 6 tarjetas y en cada una está escrito un entero positivo (algunos números pueden ser iguales entre sí). Toma tres tarjetas y suma los números correspondientes. Al hacer esto, con las 20 combinaciones posibles de 3 tarjetas, obtuvo 10 veces el resultado 18 y 10 veces el resultado 16. ¿Cuáles son los números de las tarjetas?

9. La suma de 5 enteros positivos es 100. ¿Cuál es la mayor diferencia que pueden tener los dos más cercanos?

10. El pájaro Piolín quiere comerse un pedazo de pan que se encuentra en el centro de un reloj circular y después de comérselo, escapar. Piolín debe entrar y salir por donde está el número 12. Piolín sólo puede volar de un número a otro en línea recta con las siguientes reglas:

> En el primer vuelo, avanza en cualquier sentido máximo un número, es decir, se puede ir al 1, al 11 o quedarse en el 12.
> Si en un vuelo avanza n números, en el siguiente vuelo puede avanzar (n − 1), n ó (n + 1) números en cualquier sentido.

Por ejemplo, si en un paso voló del 4 al 7, es decir, avanza 3, en el siguiente puede volar avanzando 2, 3 o 4 números para llegar al 9, 10 u 11 si va en el sentido de las manecillas del reloj, o al 3, 4 o 5 si va en el otro sentido como se puede ver en la figura. Sólo puede recoger el pan si pasa por encima de él cuando va volando de un número a otro. ¿Cuál es el mínimo número de vuelos que requiere hacer Piolín para escapar con el pan?



11. Para a, un entero positivo, llamemos <a> al número que se obtiene multiplicando cada cifra de a por 2 y escribiendo los números así obtenidos uno a continuación de otro. Por ejemplo: <126> = 2412 y <809> = 16018. Demuestra que no es posible encontrar dos enteros positivos distintos, a y b, tales que <a> = <b>.

1. Adán pensó en 3 familiares suyos y multiplicó sus edades. El resultado fue 64. Su primo sumó las mismas edades en vez de multiplicarlas. ¿Cuál es el menor resultado que pudo haber obtenido el primo al hacer la suma?

2. Una progresión aritmética es aquella lista de números que empieza en cualquier número y se le va sumando o restando un valor constante. Por ejemplo, una progresión aritmética de cinco números puede ser la siguiente: 11, 15, 19, 23, 27, en donde comenzamos con el 11 y se le va sumando 4. Una progresión aritmética es *curiosa* si está formada sólo por cinco números enteros positivos. Así, la progresión del ejemplo anterior es *curiosa*. ¿Cuántas progresiones *curiosas* diferentes existen de tal forma que aparezcan el 14 y el 26?

3. A la maestra la llamó el director y fue a su oficina. Mientras tanto, los niños escogieron un número de dos dígitos que la maestra debía adivinar con algunas pistas. Cuando regresó la maestra, cuatro niños le dijeron lo siguiente para que adivinara el número:

a) El número termina en 5 y es múltiplo de 6.
b) El número es múltiplo de 7 y ninguno de sus dígitos es 4.
c) El número es múltiplo de 8 y termina en 6.
d) El número es primo y el dígito de las decenas es 4.

La maestra se sorprendió porque ningún número cumplía con todas las pistas. Un niño del salón, le dijo que sólo uno de ellos le había dicho completamente la verdad; que otro le había me ntido por completo y que cada uno de los otros dos había dicho una verdad y una mentira. Así la maestra pudo adivinar. ¿Qué respuestas les pudo haber dado?

4. Los dígitos a, b y c son distintos entre sí y cumplen con la siguiente igualdad:

$$\frac{\overline{6ca}}{\overline{2ba}}=3$$

Determina todas las ternas de números (a, b, c) que cumplen con la igualdad.

5. Un número es *raro* cuando cada par de dígitos consecutivos de ese número forma un número de dos dígitos que es cuadrado perfecto. Por ejemplo, 164 es un número *raro*, porque $16 = 4^2$ y $64 = 8^2$, pero 1645 no es *raro* porque 45 no es un cuadrado perfecto y 381 no es *raro* porque 38 no es un cuadrado perfecto. Obtén la suma de todos los números *raros* que son mayores que 100.

6. En un círculo, están marcados en forma consecutiva y en el orden de las manecillas del reloj, los números del 1 al 2005. En cada número múltiplo de 5, hay una ficha marcada con el mismo número de su casilla. Cada segundo, cada ficha se mueve en el sentido de las manecillas del reloj el mismo número de espacios de la ficha. Por ejemplo, después de 4 segundos, la ficha 30 está en la casilla 150. ¿Cuántos segundos deben de transcurrir para que todas las fichas estén por primera vez juntas en una misma casilla?

7. Encuentra todos los enteros positivos menores que 2001 que son iguales al triple de la suma de sus cifras.

8. En una mesa hay 350 canastas vacías numeradas del uno al 350. Sabemos que Andrés puso una pelota en cada canasta con número par; Beatriz puso una pelota en cada canasta con número múltiplo de 3; Carlos puso una pelota en cada canasta con número múltiplo de 5 y Diana puso una pelota en cada canasta con número múltiplo de 11. Encuentra dos canastas con números consecutivos (que sean los números más pequeños posibles) que tengan entre las dos exactamente 4 pelotas.

9. En una lista están escritos los números del 1 al 16. ¿Es posible tachar cuatro números de manera tal que el producto de cualesquiera 2 de los 12 restantes no sea el cuadrado de un número entero? Explica cómo llegaste a la respuesta.

10. Exactamente una de las afirmaciones acerca del número de mi casa es falsa.

a) La suma de los dígitos del número es igual a 6.
b) Dos de las cifras del número son iguales.
c) El número es menor que 110.
d) El número es mayor que 40.
e) El número es primo.

¿Cuál es el número de mi casa?

1. El siguiente patrón está hecho con 8's, 9's, 7's y 0's:

8 9 7 0 8 9 0 8 9 7 0 8 9 0 8 9 7 0 8 …

¿Cuál es la suma de los primeros 100 términos?

2. La suma de los números encerrados en el siguiente acomodo es 95.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	$\boxed{12}$	13	14
15	16	17	$\boxed{18}$	$\boxed{19}$	$\boxed{20}$	21
22	23	24	25	$\boxed{26}$	27	28
---	---	---	---	---	---	---
---	---	---	---	---	---	---

Si tomamos otros 5 números de la misma manera, ¿cuál es el número más grande si la suma es 260?

3. Con el dígito 2, el dígito 7 y todos los ceros que quieras, puedes formar números *bonitos* como el 72, el 2007 o el 70200. A cada uno de esos números *bonitos* se les hace la siguiente operación: el dígito de las unidades se multiplica por 1, el de las decenas se multiplica por 2, el de las centenas por 3, y así sucesivamente. Los productos obtenidos de todas las multiplicaciones se suman para obtener un resultado final.

Por ejemplo, al hacer la operación al 2007, el resultado final se obtiene como sigue:

$$2 \times 4 + 0 \times 3 + 0 \times 2 + 7 \times 1 = 8 + 0 + 0 + 7 = 15$$

¿Cuál de los números *bonitos* es el más pequeño que da como resultado final otro número bonito?

4. Olga juega a hacer operaciones con números. Un paso consiste en tomar un número, elevarlo al cuadrado y sumarle 1. Por ejemplo, si Olga inicia con el número 8 y al aplicarle 3 pasos obtenemos el número 1785077 de la siguiente forma:

$$8^2 + 1 = 65 \rightarrow 65^2 + 1 = 4226 \rightarrow 4226^2 + 1 = 17859077$$

Se dice que un número es *suertudo*, si al aplicarle varios pasos llegamos a un número que tiene el mismo dígito de las unidades que el número inicial. ¿Cuántos números *suertudos* existen menores que 2011?

5. Luis Fernando piensa en un número de dos dígitos y le realiza las operaciones descritas a continuación:

Paso 1. Toma el dígito de las decenas del número que pensó y lo eleva al cuadrado.

Paso 2. Toma el dígito de las unidades del número que pensó y lo eleva al cubo.

Paso 3. Suma los resultados de los dos pasos anteriores.

Si el número obtenido después del paso 3 es igual al número inicial, ¿cuáles son todos los posibles números que Luis Fernando pensó al inicio?

6. En el registro de las temperaturas diarias en un poblado de Jalisco desde el 1 de diciembre hasta el 31 de enero se observó que cada día, excepto el primero y el último, la temperatura fue igual a la suma de la del día anterior más la del día siguiente. La temperatura del 3 de diciembre fue de 3° y la temperatura del 31 de enero fue de 5°. ¿Cuál fue la temperatura del 25 de diciembre? ¿Y la del 6 de enero?

7. En un programa de computadora, se escribe un número y al presionar la tecla X calcula la suma de los dígitos del número que se tiene y el resultado lo multiplica por 2.

Por ejemplo, si se escribe el número 3249, al presionar la tecla X obtenemos 36, ya que:

$$3 + 2 + 4 + 9 = 18 \rightarrow 18 \times 2 = 36$$

Si volvemos a presionar la tecla X, obtenemos 18, ya que:

$$3 + 6 = 9 \rightarrow 9 \times 2 = 18$$

¿Qué número obtendremos si escribimos el número 2008 y apretamos 2008 veces la tecla X?

8. Después de recoger dulces de la piñata gigante, Marco, Sergio y Jorge tienen 2011 dulces cada uno. Marco, muy amable, le da 1 dulce a Sergio; luego, para devolver el favor, Sergio le da 2 dulces a Jorge; después Jorge le da 3 dulces a Marco y así sucesivamente hasta que ya no se pueden dar la cantidad de dulces que se deben dar en el turno respectivo. ¿Con cuántos dulces terminó Marco?

9. Se tiene un camino con 9876 casillas. La primera casilla tiene escrito el número 2010. En las siguientes casillas se escribe un número utilizando una de las reglas que se indican a. continuación:

Regla 1: Si el último número escrito tiene sólo un dígito, lo multiplicamos por 9 para obtener el siguiente.

Regla 2: Si el último número escrito tiene dos o más dígitos y es par, lo dividimos entre 2 para obtener el siguiente.

Regla 3: Si el último número escrito tiene dos o más dígitos y es impar, le restamos 5 para obtener el siguiente.

¿Cuál es el número escrito en la última casilla?

10. Rodrigo realiza varias multiplicaciones en donde multiplica un número por el siguiente. Las primeras multiplicaciones realizadas son las siguientes:

$$1 \times 2 = 2,\ 2 \times 3 = 6,\ 3 \times 4 = 12,\ 4 \times 5 = 20,\ 5 \times 6 = 30$$

Luego, hace una lista en donde coloca todos los resultados de esas multiplicaciones, uno después de otro, formando un número muy grande:

26122030...

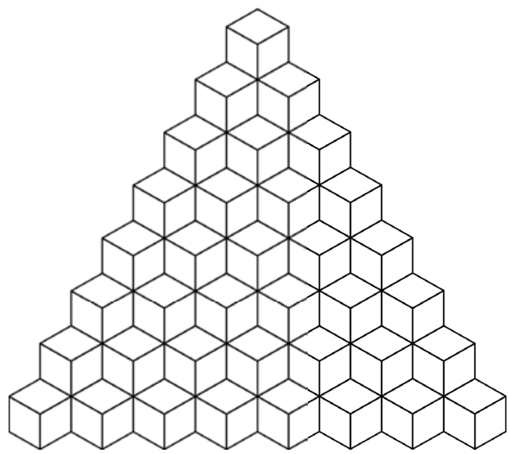
Rodrigo se cansa cuando ha escrito 200 dígitos en la lista. ¿Cuál es el último dígito que escribió y a qué multiplicación pertenecía?

1. El escultor Sebas diseñó una escalera de forma que:

El primer escalón tiene altura de un metro y largo de dos metros.
El siguiente escalón tiene altura tres metros y largo cuatro.
El siguiente, altura cinco y largo seis.

Continúa con ese patrón construyendo los demás escalones. Si esta *Escalera del tercer milenio* tiene una altura total de cuatrocientos metros. ¿Cuál es el largo total de la escalera?

2. Tenemos un cubo formado por 512 cubitos más pequeños. ¿Cuántos cubitos hay que quitarle al cubo para que quede una pirámide como se muestra en la figura?



3. En la siguiente sucesión de números, cada número tiene un dígito 1 más que el anterior. Los primeros 5 números de la sucesión son: 1, 11, 111, 1111, 11111. ¿Cuál es la cifra de las centenas de la suma de los primeros 2002 números de la sucesión?

4. Encuentra el entero positivo A que satisface la siguiente ecuación:

$$A^2 = (4)2006 + (4)2004 + (4)2002 + \cdots + (4)4 + (4)2 + 1.$$

5. Cada libro de una colección cuesta más de 1000 pesos. El costo de seis libros de la misma colección es de menos de 8000 pesos. El costo de la colección completa de siete libros es de más de 8000 pesos. Una escuela pide cooperación equitativa a sus 180 alumnos para comprar el primer libro de la colección para la biblioteca. Cada uno de los alumnos dio una cantidad igual (en pesos enteros, sin centavos) y la escuela todavía tuvo que poner 15 pesos más para completar el precio. ¿Cuánto cuesta cada libro?

6. Se tienen seis números enteros A, B, C, D, E y F que cumplen C = A × B, D = B × C, E = C × D y F = D × E. Es decir, a partir del tercero, cada uno es el producto de los dos anteriores. Sabemos que A = 2 y que F = 6 075 000. Determina B, C, D y E.

7. En cada una de las caras de un cubo se escribe un número entero positivo y, a cada uno de los vértices del cubo, se le asigna el producto de los números que aparecen en las caras adyacentes al vértice. Si la suma de los números asignados a los vértices es 70, ¿cuál es la suma de todos los números que aparecen en las caras?

8. En la lista de seis números a, b, c, d, e, f cada uno es la suma de sus anteriores, (ejemplo d = a + b + c). Si f = 7392. ¿Cuáles son los 6 números?

9. La lista (1, x_2, x_3, x_4, ... , x_n, 1000), es la sucesión más larga de enteros positivos tal que cada término, a partir del tercero, es la suma de todos los anteriores. Por ejemplo, $x_4 = 1 + x_2 + x_3$. ¿Cuánto vale x_2?

10. Encuentra todas las parejas de primos positivos p y q que satisfacen la siguiente ecuación: $p^q + q^p = 2^{q+1} + 1$

1. En un pizarrón están escritos los números del 1 al 10000. Se borran todos los múltiplos de 5 y luego todos los múltiplos de 11. De los números que quedan sin borrar, ¿cuál es el número que está en la posición 2004?

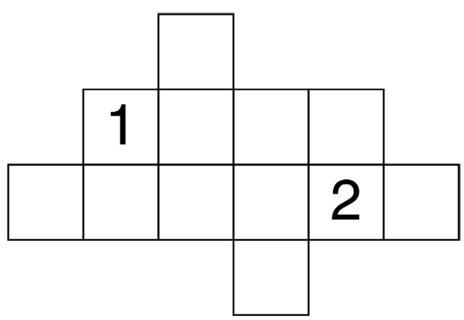
2. Beatriz piensa en un número. Daniel le indica que debe multiplicarlo primero por 5, luego por 9 y finalmente por 11. Daniel, al tratar de adivinar el resultado, le dice el número 3429, pero Beatriz le indica que tiene dos dígitos erróneos. Encuentra todos los números posibles que pudo haber pensado Beatriz al inicio.

3. Considera a todos los números de tres dígitos en los que, el dígito de las decenas, es igual a la suma de los dígitos de las unidades y el de las centenas. ¿Cuántos de estos números son múltiplos de 11?

4. Se tienen 99 tarjetas en donde cada una tiene escrito un número del 1 al 99. ¿De cuántas maneras podemos tomar dos tarjetas de manera que al multiplicar los números escritos en las tarjetas el resultado sea múltiplo de 6 y al sumarlos sea múltiplo de 3?

Nota: Las tarjetas se toman al mismo tiempo.

5. En el siguiente tablero queremos acomodar los números del 1 al 12, uno en cada casilla y sin repetir, de tal forma que en cada uno de los renglones o filas y en cada una de las columnas la suma de los que aparezcan sea múltiplo de 3. Hay 4 renglones y 6 columnas. Si los números 1 y 2 están en el lugar que se muestra, ¿de cuántas formas podemos hacer la distribución?



6. ¿Cuántos números de seis dígitos distintos hay tales que, la suma de tres dígitos consecutivos en el número, es múltiplo de 5?

Por ejemplo, el número 145690 cumple con las condiciones, ya que todos sus dígitos son distintos y 1 + 4 + 5 =10, 4 + 5 + 6 = 15, 5 + 6 + 9 = 20 y 6 + 9 + 0 = 15.

7. Alberto se pone a buscar números de 3 cifras que cumplen al mismo tiempo las siguientes condiciones:

a) Son múltiplos de 5.
b) Si sumamos sus tres cifras, nos resulta un número que es menor que 12.
c) Si multiplicamos sus tres cifras, nos resulta un número que es mayor que 12.

¿Cuáles son todos los números que Alberto puede encontrar?

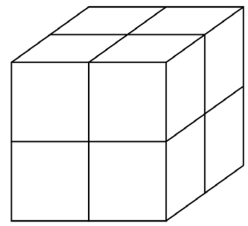
8. Encuentra todos los números de tres dígitos que sean múltiplos de 4 y que el dígito de las unidades sea el promedio de los otros dos dígitos.

9. ¿De cuántas maneras es posible escoger 4 números enteros distintos desde el 1 hasta el 100 tales que $b = a + 1$ y $d = c + 1$?

Nota: al final solo importan los 4 números escogidos, no su orden.

10. Se tienen dos dados de 6 caras, uno rojo y otro blanco. En las caras del dado rojo aparecen los números 1, 2, 4, 8, 16 y 32, mientras que en las caras del blanco aparecen los números del 1 al 6. Tiramos los dados y multiplicamos los dos números obtenidos. ¿Cuál es la probabilidad de que esta multiplicación sea un cuadrado perfecto?

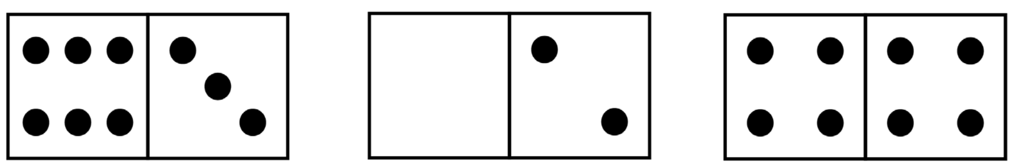
1. ¿Cuántos paralelepípedos diferentes puedes contar en este cubo?



Nota: Sólo importan las dimensiones, no la rotación o posición sobre el cubo.

2. En una reunión cada invitado saludó a todos los otros con un apretón de manos. Primero, todas las mujeres se saludaron en la cocina y hubo 21 apretones de manos entre ellas, mientras que los hombres se saludaban en el jardín, donde hubo 28 apretones de manos entre ellos. Luego se fueron todos a la sala y se saludaron entre mujeres y hombres. ¿Cuántos apretones de manos hubo entre un hombre y una mujer?

3. Ayer le tomé a mi papá sus fichas de dominó. Me explicó que cada ficha está dividida en dos partes y cada una de estas partes tiene de cero a seis puntitos. En total son 28 fichas que resultan de la combinación de dos números del 0 al 6. Por ejemplo, unas fichas son:



¿De cuántas formas puedo tomar dos fichas de manera que los cuatro números en ellas sean distintos?

4. Un edificio tiene sus pisos numerados del 0 al 25. El ascensor de dicho edificio tiene sólo dos botones, uno verde y uno rojo. Al apretar el botón verde, el elevador sube 5 pisos y al apretar el botón rojo, baja 2 pisos.

a) ¿Cuál es el mínimo número de veces que tenemos que apretar los botones para subir del piso 5 al piso 16 utilizando el elevador?

b) Encuentra todas las posibles secuencias de botones que tenemos que apretar siguiendo las condiciones del inciso anterior.

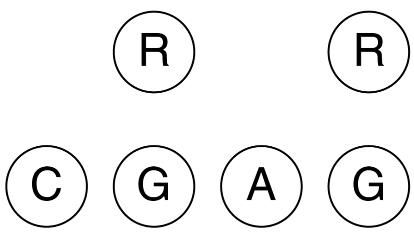
Nota: Si se aprieta el botón verde cuando no hay suficientes pisos por encima, el elevador se rompe y lo mismo ocurre cuando se aprieta el botón rojo y no hay suficientes pisos por debajo.

5. En una Olimpiada Regional de Matemáticas, deciden premiar a seis participantes: Álvaro, Blanca, César, Diana, Esteban y Fabiola. Debido a que los exámenes se les perdieron, han decidido premiar bajo las siguientes condiciones: Se premiará a un primer lugar, a dos segundos lugares y a un tercer lugar; Blanca no obtendrá tercer lugar; y Fabiola no obtendrá primer lugar. Si se premiará al azar, ¿de cuántas maneras se pueden otorgar los premios de la Olimpiada?

6. Carlos tiene una colección de 18 palillos. La colección tiene tres palillos de 1 cm, tres de 2 cm, tres de 3 cm, tres de 4 cm, tres de 5 cm y tres de 6 cm. ¿Cuántos triángulos distintos puede formar Carlos con su colección?

7. Un número es *cuatreado* cuando, al multiplicar sus cifras, resulta un número que es múltiplo de 4. Por ejemplo, 452 es un número "cuatreado", ya que 4 x 5 x 2 = 40 que es múltiplo de 4. ¿Cuántos números de tres cifras existen que **no** sean *cuatreados*?

8. La escolta de mi escuela va a participar en un concurso. Los integrantes son Alberto, Beatriz, Carlos, Daniela, Eduardo y Felipe. El profesor quiere ver cómo acomodarlos, es decir, a quién poner de abanderado, a quién de comandante, a quiénes dos poner guardias y a quiénes dos de retaguardias.



El profesor considera que entre ambos guardias no hay diferencia y que entre los dos de las retaguardias tampoco importa quién vaya a la derecha y quién a la izquierda. Además, tiene que tomar en cuenta que sólo Felipe y Alberto saben dar las órdenes. Por ejemplo, un acomodo puede ser: Felipe de comandante, Eduardo de abanderado, Alberto y Daniel de guardias y Beatriz y Carlos de retaguardias. ¿De cuántas formas distintas puede hacer el acomodo?

9. La distancia entre dos ciudades A y B es de 999 kilómetros. A lo largo del camino están instalados letreros cada kilómetro, en los cuales la distancia entre A y B se marca de la siguiente manera:

0	999		1	998		2	997	●●●	998	1		999	0

¿En cuántos de estos letreros sólo se utilizan dos cifras diferentes para escribir los números que están en ellos?

Por ejemplo, se utilizan tres cifras diferentes (2, 7, 9) en el letrero:

997	2

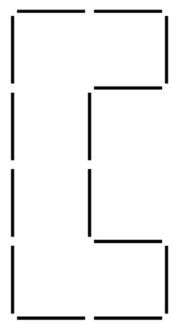
10. Considera el conjunto de dígitos {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Se forman todos los posibles subconjuntos utilizando estos dígitos. ¿En cuántos de esos subconjuntos el 4 es el mayor número que aparece?

Nota: Un subconjunto de números es un grupo formado por uno o varios números de un conjunto. Para este caso, algunos ejemplos de subconjuntos pueden ser los cinco siguientes:

{3} {1, 2, 4} {3, 4, 7} {1, 4, 5, 6, 7} {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

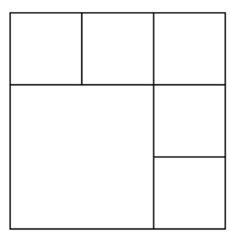
En donde el 3 es el número mayor que aparece en el primer subconjunto, el 4 es el mayor en el segundo subconjunto, el 7 es el mayor en el tercero y en el cuarto, y el 9 es el mayor en el quinto.

1. Con los palillos que había en la mesa del restaurante hice la siguiente figura:



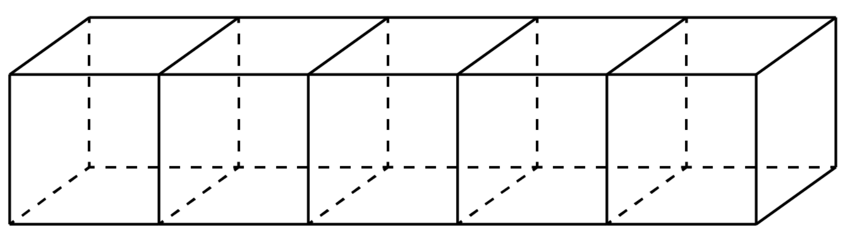
¿Cómo puedo hacer con esos mismos palillos un rectángulo, que tenga el doble de área?

2. ¿De cuántas formas es posible numerar del 1 al 6 todas las casillas de la figura de manera que no haya un par de casillas vecinas cuya resta sea múltiplo de 3?



Nota: Dos casillas que comparten sólo una esquina no se consideran vecinas.

3. Con 125 cubitos de lado 1 se forma un cubo grande que tenga 5 cuadritos po lado. Muestra una manera de poner en cada cubito un número entero de tal forma que todas las sumas por filas y columnas como la de la imagen de abajo. sean iguales, pero no todos los 125 números sean iguales.



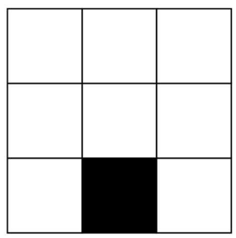
Aclaraciones:

(a) Vas a escribir 125 números en total. Puedes repetir números, pero entre los 125 debe haber al menos dos distintos.

(b) Se considera fila cualquier hilera de 5 cubitos alineados que lleve una dirección paralela a alguno de los lados del cubo. En otras palabras, hay en total 75 filas; 25 de ellas llevan la dirección adelante-atrás, otras 25 van en dirección izquierda-derecha y otras 25 llevan dirección arriba-abajo. En la figura se ilustra una fila en dirección izquierda-derecha.

(c) Escribe tu respuesta poniendo 5 cuadrículas de 5 × 5, de manera que cada cuadrícula represente un “piso” del cubo.

4. En el tablero de 3 × 3 de la figura, se va a jugar un juego. Un movimiento permitido consiste en escoger uno de los cuadritos y cambiar de color todos los que están pegados a él, ya sea en diagonal compartiendo un vértice o compartiendo un lado. Negro a blanco, y blanco a negro pero el cuadrito elegido no cambia de color. Determina si es posible, mediante movimientos permitidos, lograr que todos los cuadros de la figura dada queden del mismo color.



5. En un juego de computadora, se comienza con un tablero de 2 × 3 como coloreado de blanco y negro tal como se muestra en la figura A. En cada jugada, se eligen dos cuadritos que comparten un lado y se les cambia el color de acuerdo con las siguientes reglas:

Regla 1: Negro cambia a rojo.
Regla 2: Rojo cambia a blanco.
Regla 3: Blanco cambia a negro.

a) Describe una forma de convertir el tablero A en el tablero B en 6 jugadas.
b) Demuestra que no es posible convertir el tablero A en B en menos de 6 jugadas.

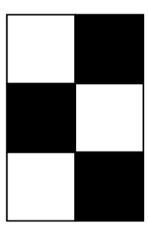


Figura A

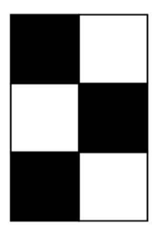
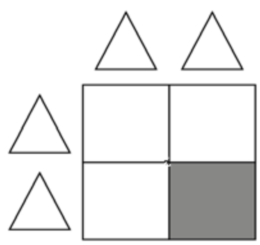


Figura B

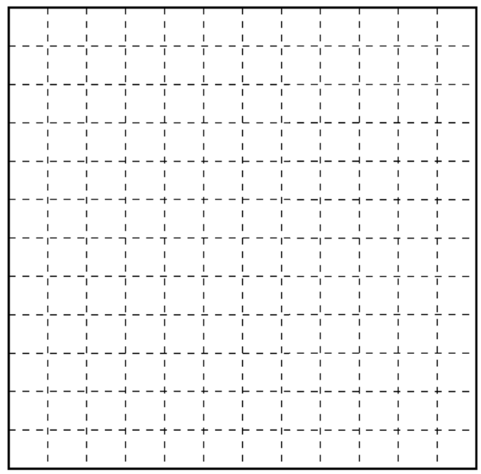
6. En una granja rectangular cuadriculada de 20 × 12, se sabe que hay perros, gatos y caballos. Los perros ocupan corrales cuadrados de 2 × 2, los gatos corrales de cuadrados 1 × 1, y los caballos corrales de área 10 es decir, sin importar la forma, pero formados por 10 cuadrados pegados por al menos un lado entre sí. Los corrales comparten bardas, pero los corrales de los perros no pueden estar en corrales pegados (ni siquiera en esquina) con los caballos. Si se sabe que hay el mismo número de perros que de caballos, ¿Cuál es la máxima cantidad de caballos que hay?

7. Dos personas, A y B, juegan alternando turnos y moviendo fichas dentro de las casillas del tablero que muestra la figura. Al principio las fichas, marcadas con Δ en la figura, están fuera del tablero. En cada turno el jugador debe mover una ficha hacia la derecha o hacia abajo a una casilla desocupada. En el momento que una ficha llega a la casilla sombreada el juego termina. Si en ese momento el número de fichas dentro del tablero es par, entonces gana A; si es impar, entonces gana B. Considerando que A juega primero y que los jugadores juegan apropiadamente, buscando el triunfo, ¿cuál de ellos ganará?

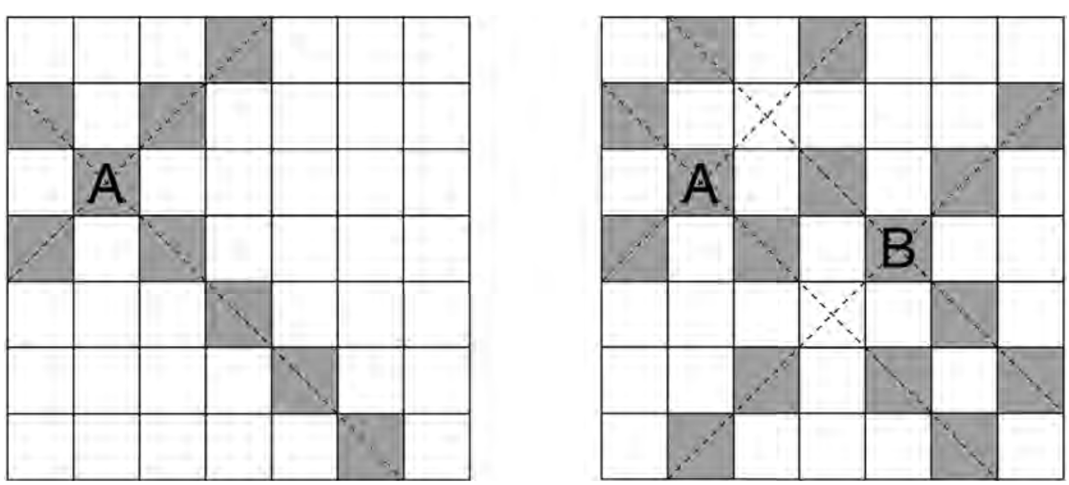


8. En la mesa hay cinco montones de cinco fichas cada uno. Dos personas, A y B, van a jugar un juego por turnos. Empieza A, y en cada turno el jugador puede retirar el número de fichas que quiera, pero sólo de uno de los montones y por lo menos debe retirar una ficha. Pierde el primero que ya no pueda jugar. ¿Cuál de los dos jugadores puede asegurar su triunfo y cómo debe jugar para lograrlo?

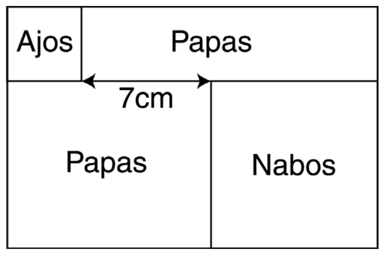
9. En una cuadrícula de 12 × 12 las líneas de la orilla son continuas y las interiores son punteadas, como se muestra en el diagrama. Luis y Miguel van a jugar un juego sobre este tablero. En su turno Luis escoge alguna línea horizontal punteada y la remarca desde una orilla de la cuadrícula hasta la otra, es decir, hace continua la horizontal completa de longitud 12. Después, Miguel escoge una línea vertical punteada y la remarca, también toda la línea de longitud 12. Empieza Luis y después van alternando turnos escogiendo siempre líneas todavía punteadas. Luis siempre escoge horizontales y Miguel siempre escoge verticales. Gana el primero que logre formar, con las líneas continuas, un cuadrado de 1 × 1. Si los dos jugadores juegan con la mejor estrategia, ¿cuál de ellos puede garantizar que va a ganar, y cómo deberá jugar para asegurar su triunfo?



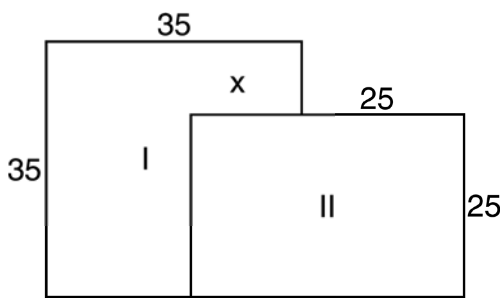
10. Cada vez que el mago Merlín toca con su varita mágica un cuadrito de una cuadrícula de n×n, donde n es un entero impar, el color de todos los cuadros que están en cualquiera de las dos diagonales donde está el cuadro que tocó, cambian de color de blanco a gris y viceversa, también el cuadro que tocó cambia. Al principio, todos los cuadros son blancos.
Por ejemplo, en la figura se ilustra qué pasa si n = 7 y Merlín toca al principio el cuadro A, y a la derecha se ilustra lo que pasa si después de haber tocado A toca B. En un determinado momento Merlín logró que todos los cuadros fueran grises. Explica cómo pudo haberlo hecho.



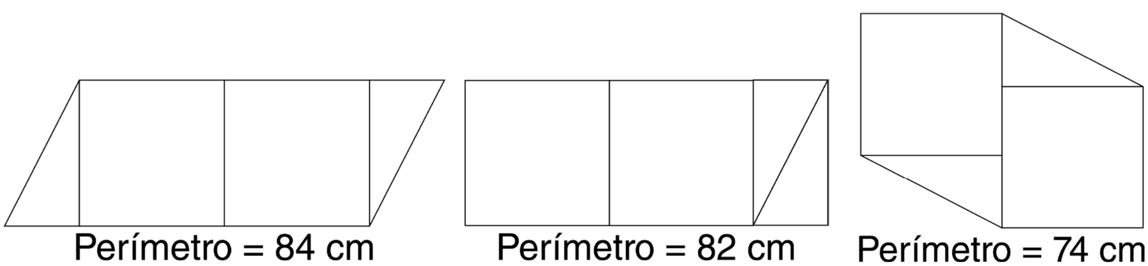
1. Ivonne tiene un terreno rectangular y en él, va a plantar papas, ajos y nabos. Los ajos y los nabos los plantó en áreas cuadradas en las esquinas de $4m^2$ y $9m^2$. La distancia entre los nabos y los ajos es de 7m, como se muestra en la figura. ¿Cuánta área le queda a Ivonne para plantar las papas?



2. En la siguiente figura, las áreas I y II son iguales. Diga cuál es el valor de x.



3. Javier tiene dos piezas triangulares iguales y dos piezas cuadrangulares iguales. Con esas piezas va formando cada una de las siguientes figuras:

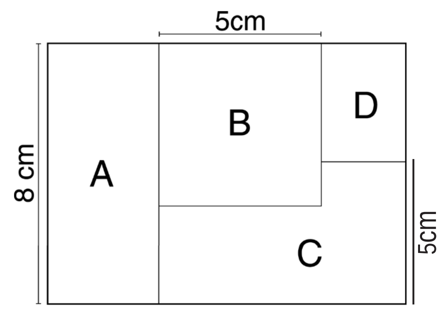


¿Cuál es el perímetro de una de las piezas triangulares?

4. En un cuadrado de 4 × 4 se hace un corte con una línea recta que lo divide en dos cuadriláteros iguales. Si los cuadriláteros tienen perímetro 13, ¿cuál es la medida del lado menor de los cuadriláteros?

5. La maestra pintó 3 en el pizarrón polígonos regulares, no necesariamente iguales, a los cuales llamó polígono A, polígono B y polígono C. Anotó las medidas de los lados de cada uno. Los alumnos opinaron las siguientes 4 cosas: El perímetro de A es 30 cm y el de B también; A tiene 4 lados más que B; El perímetro de C es el doble que el de B y cada lado del polígono C mide 5 cm al igual que cada lado del B también.
Contando todos los lados de los tres polígonos, ¿cuántos lados en total dibujó la maestra?

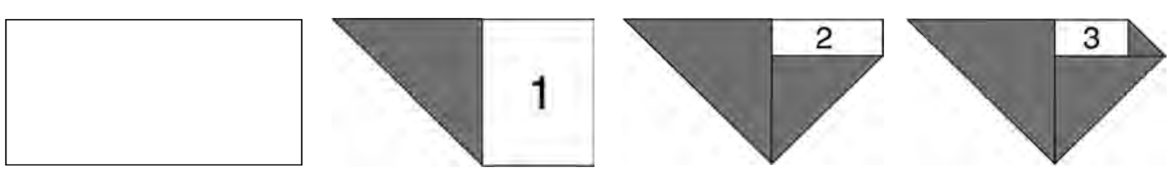
6. En la figura se muestra un rectángulo, el cual está dividido en cuatro partes: A, B, C y D. Las figuras A y D son rectángulos y B es un cuadrado. Además, se sabe que las regiones A, B y C tienen la misma área. Calcula el área de la región D.



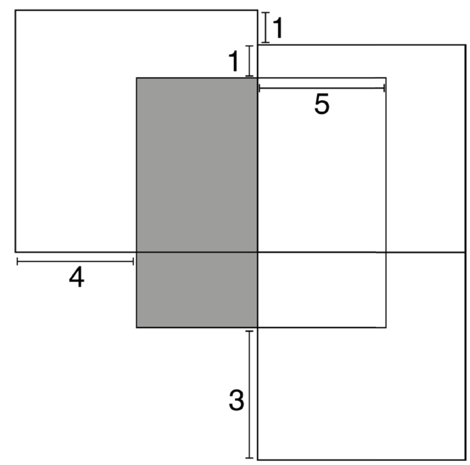
7. Un empresario compra un terreno triangular que tiene 150 metros de perímetro. En él construye un edificio, también triangular, ocupando todo el espacio del terreno. El gobierno le deja construir su banqueta alrededor del edificio, de manera que ninguna parte de la banqueta quede a más de un metro de distancia del edificio. ¿Cuál es el área total que puede usar el empresario para hacer su banqueta?

Nota: No se sabe qué tipo de triángulo es el del terreno.

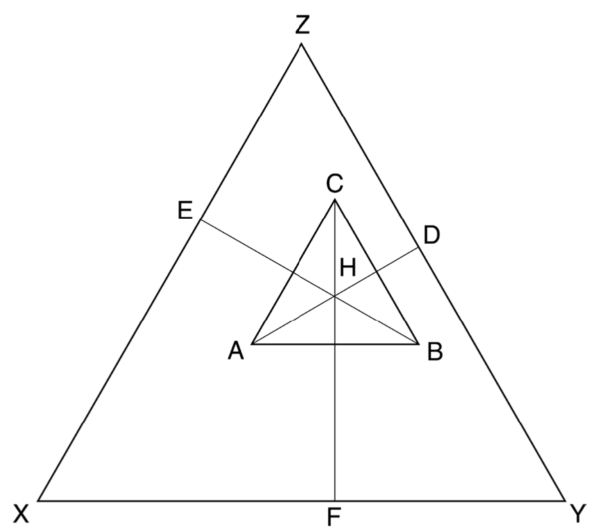
8. Se tiene una hoja de papel que es blanca por un lado y gris por el otro. Se hacen tres dobleces como se indica en la figura. Después del último doblez, quedó un rectángulo que no fue cubierto por el resto de la hoja (marcado con el número 3 en la figura). Si el área de este rectángulo es de y su perímetro es de 6 cm, ¿cuál es el área de la hoja de papel?



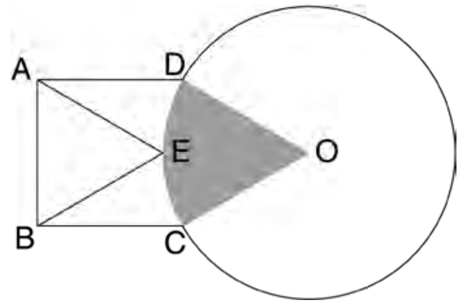
9. En la figura se ha dibujado un cuadrado encima de otros tres. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



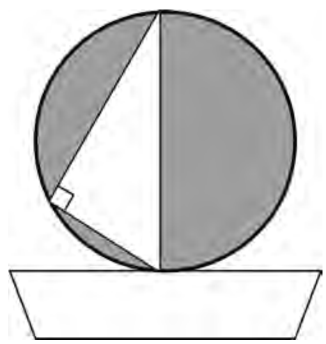
10. En el triángulo equilátero ABC cada lado mide 2. Las alturas del triángulo se intersectan en el punto H y la distancia de H a cada uno de los lados es k. El triángulo XYZ tiene lados paralelos a ABC y las rectas AH, BH y CH cortan a los lados de XYZ en D, E y F, respectivamente. Si HD = 2k, HE = 3k y HF = 4k, ¿cuánto mide el lado del triángulo XYZ?



1. En la figura, los puntos C, D y E, son puntos sobre una circunferencia con centro en O; ABCD es un cuadrado y ABE un triángulo equilátero. Si el área del círculo es 1, ¿cuál es el área de la región sombreada?

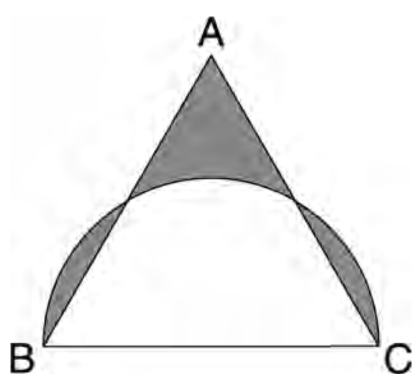


2. Estábamos en la bahía de San Carlos para ver la puesta del sol. Justo cuando el sol llegaba al horizonte pasó un velero cuya vela tenía forma de medio triángulo equilátero y un ángulo recto.

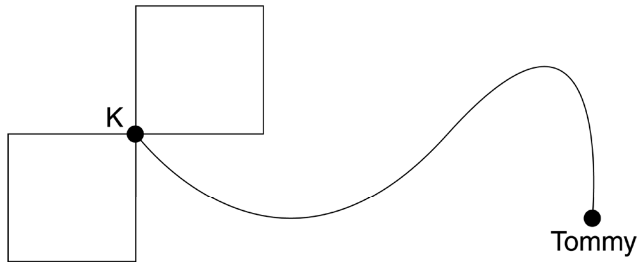


Si el mástil en la imagen que captamos con la cámara mide 6 cm y es el diámetro de la circunferencia del sol, calcula el área visible del sol en la fotografía.

3. En la siguiente figura el triángulo ABC es equilátero, tiene de lado 2 y la semicircunferencia tiene por diámetro a BC. ¿Cuánto vale el área sombreada?

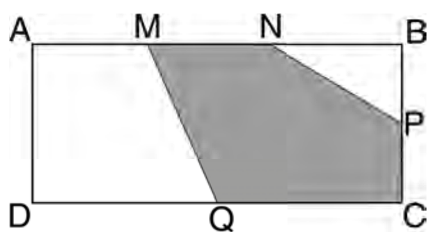


4. Tommy es un perro que en las noches cuida dos edificios de plantas cuadradas. Está amarrado con una cuerda de 16 metros. Los edificios tienen 4 metros de cada lado y están acomodados como muestra la figura. La cuerda está fija al piso en el punto K donde se pegan los dos edificios y es imposible pasar entre los edificios. ¿Cuál es la máxima área fuera de los edificios que puede cuidar Tommy?

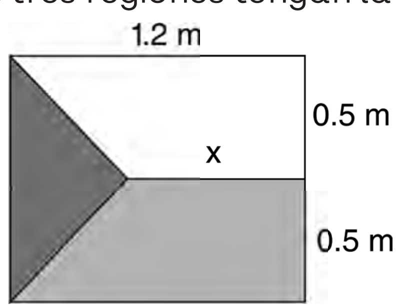


5. Sea ABC un triángulo rectángulo, con AB = 16, AC = 18 y con el ángulo recto en A. Una paralela a AB corta lado AC en P y al lado BC en Q de modo que el área del trapecio ABQP es 95. Encuentra la longitud del segmento PQ.

6. En el rectángulo ABCD el lado AB mide 14 cm y el lado BC mide 6 cm. M y N son puntos sobre el lado AB tal que AM = MN = BN, P es el punto medio de BC y Q es el punto medio de CD. Encuentra el área del pentágono MNPCQ.

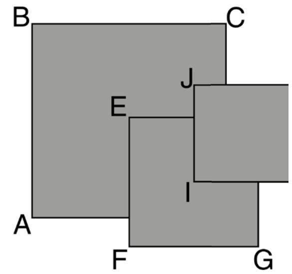


7. Azulandia, Rojópolis y Verdeterra son tres países vecinos que decidieron unirse para formar uno solo. Para crear una bandera común, dividen un rectángulo de 1.2 metros de base y 1 metro de altura en tres regiones una de cada color azul, rojo y verde. ¿Cuál debe ser la medida de la línea marcada con la letra x para que las tres regiones tengan la misma área?

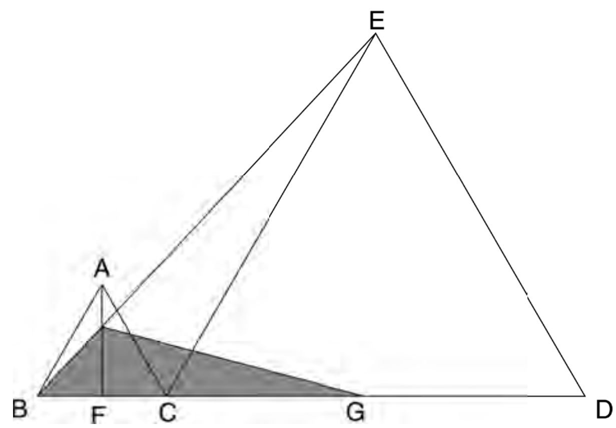


8. Miguel tiene 3 cuadrados: el ABCD de 30 cm de lado, el EFGH de 20 cm de lado y el IJKL de 15 cm de lado. Primero, coloca el ABCD de forma que el lado AB quede vertical; encima de él coloca el EFGH de tal forma que E es el centro del cuadrado ABCD y que el lado EF quede vertical. Finalmente coloca el IJKL siendo I el centro del segundo cuadrado y que el lado IJ también quede vertical.

Calcula el total del área visible de los cuadrados que colocó Miguel.



9. En la figura, los triángulos ABC y CDE son equiláteros, C es el punto sobre BD tal que BC = 1 y CD = 4, y F y G son puntos medios de BC y CD respectivamente. ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?

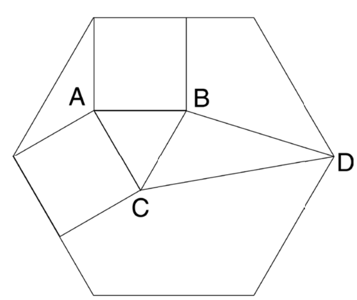


10. En el hexágono regular de la figura, cada lado mide $\sqrt{3}$ y se dibujaron dos cuadrados iguales sobre los lados, como se muestra.

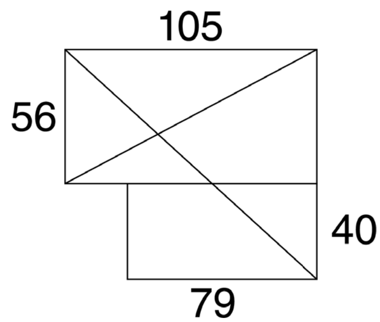
a) Demuestra que el triángulo ABC es equilátero.

b) Encontrar la medida de los lados de los cuadrados.

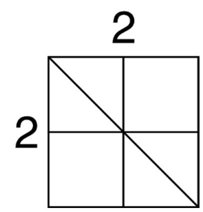
c) Encontrar el área del triángulo BCD.



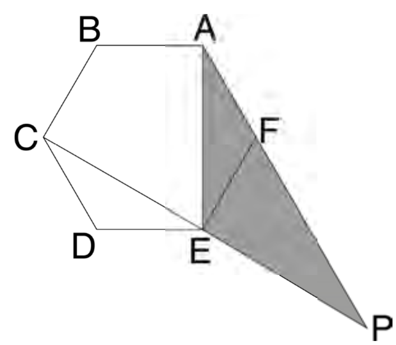
1. Dados dos rectángulos, uno de 105 × 56 y otro de 79 × 40, se les traza una reticula de cuadrados de 1 cm de lado. Además, se trazan las diagonales que se muestran, ¿por cuántos de los vértices de los cuadrados de 1 cm pasan estas rectas?



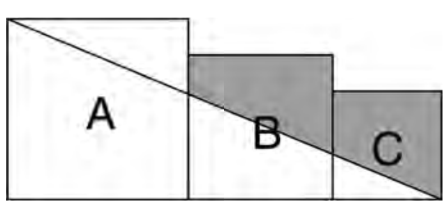
Por ejemplo: en un cuadrado de 2 × 2 la diagonal pasa por 3 vértices de los cuadrados pequeños como lo muestra la siguiente figura:



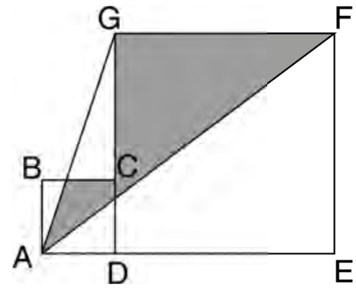
2. El hexágono regular ABCDEF de la figura tiene área 20. P es la intersección de las rectas extendidas AF y CE. Calcula el área del triángulo AEP.



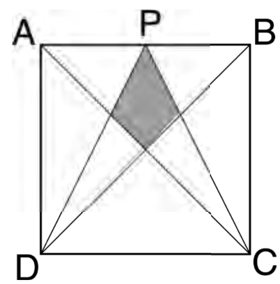
3. Se tienen tres cuadrados A, B y C de lados 5, 4 y 3 respectivamente colocados uno seguido del otro como se muestra en la figura. Luego se traza una línea que va de un vértice del cuadrado A a un vértice del cuadrado C. ¿Cuál es el valor del área sombreada?



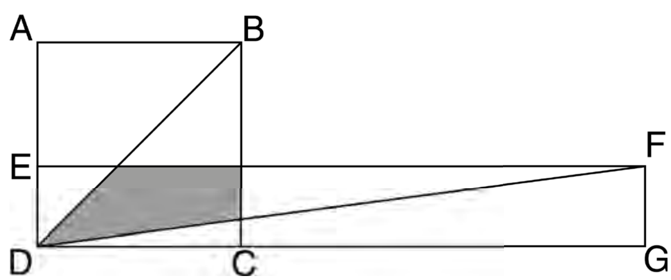
4. Calcula el área sombreada de la siguiente figura, donde ABCD es un cuadrado de 3 cm de lado y DEFG es un cuadrado de 9 cm de lado:



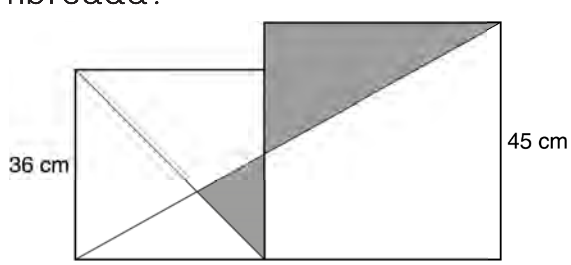
5. Sea ABCD un cuadrado de 6 cm de lado y P el punto medio del lado AB. Encuentra el área de la región sombreada:



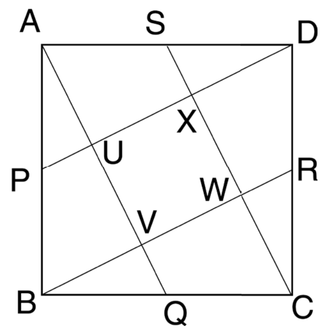
6. Se tiene un cuadrado ABCD y un rectángulo DEFG ambos de 144 cm^2 de área. Se sabe que la medida de AE es el doble que la medida de DE. Si se trazan las líneas BD y DF, ¿cuál es el área de la región sombreada?



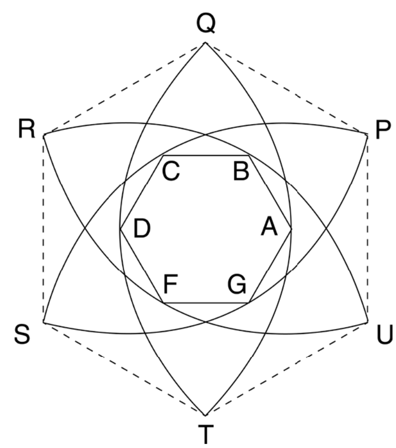
7. Dos cuadrados, uno de 36 cm de lado y otro de 45 cm, son colocados con un lado y un vértice en común como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



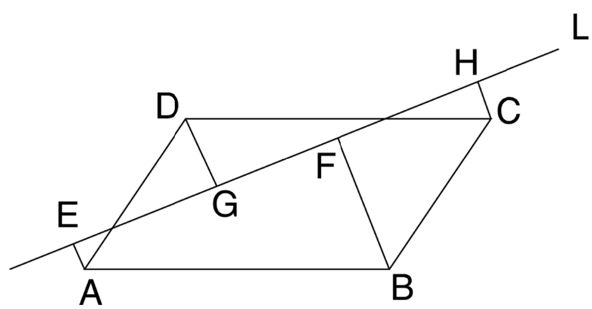
8. En el cuadrado ABCD de área 1, los puntos P, Q, R y S son los puntos medios como se muestra en la figura. Los cruces de las rectas AQ, BR, CS y DP determinan el cuadrado UVWX. Calcula el valor del ángulo UVW y el área del cuadrilátero UVWX.



9. En la figura se muestra un hexágono regular ABCDEF de lado 1. Los arcos de círculo que están dibujados tienen centro en cada vértice del hexágono y radio igual a la distancia al vértice opuesto. P, Q, R, S, T y U son los puntos donde se cortan estos arcos. ¿Cuánto mide cada lado del hexágono PQRSTU?

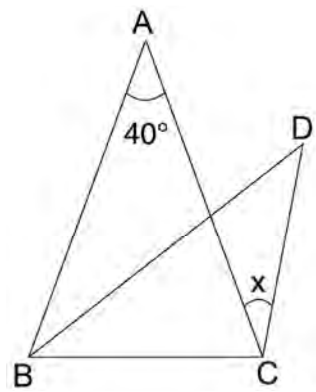


10. En la figura ABCD es un paralelogramo; L es una recta que corta los lados de AD y CD del paralelogramo; E, F, G y H son puntos en la recta L tales que AE, BF, DG y CH son todos perpendiculares a L, AE = 4, GD = 7 y CH = 5. ¿Cuánto mide BF?

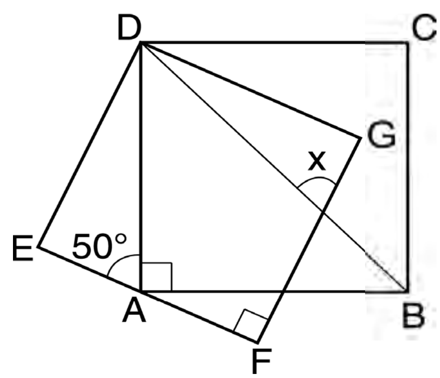


1. El triángulo ABC es isósceles con AB = AC. BD es la bisectriz del ángulo ∠ABC. El punto D está a la misma distancia de C que B. Calcula la medida del ángulo marcado con x.

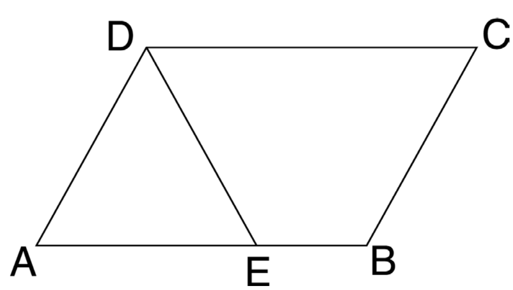
Nota: La bisectriz de un ángulo es una línea que divide a ese ángulo en dos ángulos iguales.



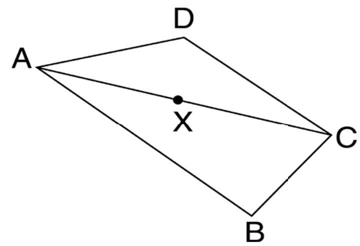
2. En la siguiente figura, ABCD y DEFG son cuadrados. ¿Cuál es la medida del ángulo x?



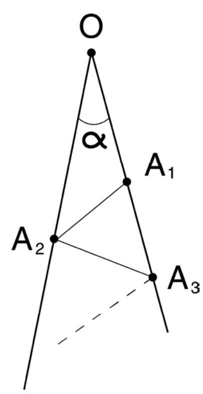
3. ABCD es un paralelogramo con un punto E sobre AB tal que los ángulos ADE y CDE son iguales. Sabiendo que BC mide 7 cm y CD mide 9 cm, encuentra la medida del segmento BE.



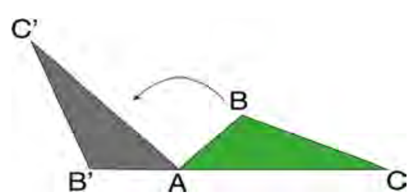
4. En el cuadrilátero ABCD se tiene que los ángulos BAC y CAD son iguales y BC es perpendicular a AB. Un punto X sobre la diagonal AC es tal que XD es perpendicular a AD y la distancia de X a B es igual a BC. Prueba que X está sobre la diagonal BD.



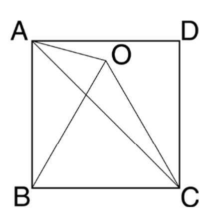
5. En la figura de abajo, el ángulo α mide 7° y los segmentos OA_1, A_1A_2, A_2A_3, ... son todos de la misma longitud. En un primer paso se dibuja A_1A_2, en un segundo paso se dibuja A_2A_3, y así sucesivamente. ¿Cuál es el mayor número de segmentos que pueden dibujarse de esta manera?



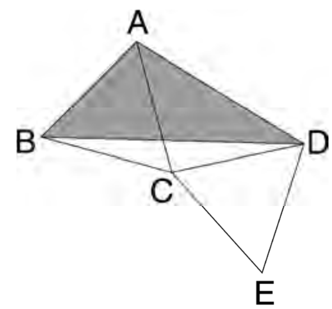
6. Un triángulo ABC, donde su ángulo ACB mide 25°, se rota como indica la flecha de la figura, dejando fijo el punto A, de manera que B toma la posición de B' y C toma la posición de C'. La rotación hizo que los puntos A, B' y C quedaran alineados y que B, C y C' también. Calcula la medida del ángulo ABC.



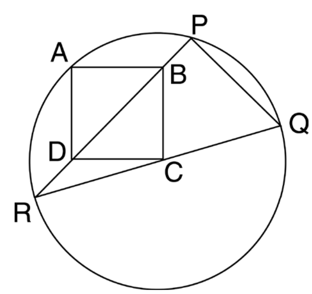
7. En la figura, ABCD es un cuadrado y OBC es un triángulo equilátero. Obtén la medida del ángulo OAC.



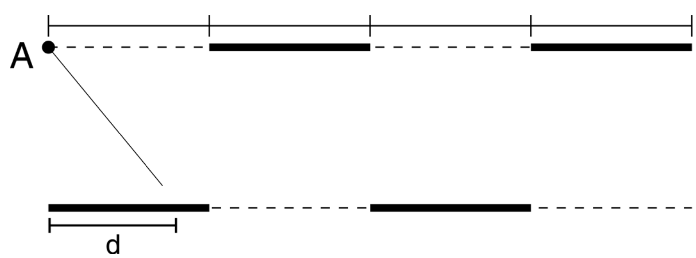
8. En la figura, ABC y CDE son triángulos equiláteros iguales. Si el ángulo ACD mide 78°, calcula las medidas de los ángulos del triángulo ABD.



9. En la figura, los puntos A, P, Q y R están sobre la circunferencia con centro C; ABCD es un cuadrado; la recta PR pasa por B y D; la recta QR pasa por C. Determina la medida del ángulo PQR.



10. Una pelota rebota en las paredes marcadas con líneas gruesas en la figura. Cada pared mide 1 m y las distancias entre éstas también es 1 m.



La pelota sale del punto A hacia un punto a distancia d desde la orilla izquierda de la primera pared. ¿Cuánto debe medir d para que la pelota toque todas las paredes?
Recuerda que los rebotes de una pelota en una pared obedecen a la siguiente regla: el ángulo de entrada es igual al ángulo de salida como indica el esquema.

TALLER DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Manual A 3
fue editado en
septiembre de 2022,
para uso exclusivo
de la Secretaría
de Educación del
Estado de Jalisco.