

Educación Secundaria
Matemáticas

Tercer Grado



¿Qué voy a aprender?

Aprendizaje Esperado:

Resuelve problemas que implican el uso de ecuaciones de segundo grado.

Énfasis:

- Resolución de problemas que impliquen el uso de ecuaciones cuadráticas sencillas, utilizando procedimientos personales u operaciones inversas.
- Resolver problemas cuadráticos usando factorización.

Eje:

Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Tema:

Patrones y ecuaciones.



¿Qué necesito?

Recomendaciones generales:	Materiales:
<p>Es importante que atiendas con dedicación las actividades planteadas en esta ficha, las cuales te ayudarán a vincular los aprendizajes adquiridos anteriormente con nuevos conocimientos, que te permitirán resolver con mayor facilidad, problemas problemas que sean significativos para ti.</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>	<p>Debemos contar con...</p> <p>Cuaderno de apuntes Bolígrafo, lápiz y borrador Libro de texto de Matemáticas 3° Calculadora Ficha de trabajo Computadora, tableta o celular Internet</p> <p>Y no olvides incluir...</p> <p>Actitud proactiva Espacio de trabajo adecuado Tiempo suficiente Entusiasmo</p> <p>Es importante que todas las actividades las registres y contestes en tu cuaderno. Si tienes dudas puedes consultar tu libro de texto, el glosario y/o los videos sugeridos.</p>



Organizador de actividades:

- Actividad 1. ¿Hay otra clase de ecuaciones?
- Actividad 2. A calcular se ha dicho.
- Actividad 3. ¿Cuál es cuál?

Versión imprimible ficha didáctica 2021-2022

- Actividad 4. ¡Soy traductor!
- Actividad 5. ¿Se resuelven igual?
- Actividad 6. ¡A calentar motores!
- Actividad 7. ¡Sí adiviné!
- Actividad 8. ¡A darle que es mole de olla!
- Actividad 9. ¿Cuánto miden?
- Actividad 10. Acepta el reto.

“Esta ficha está diseñada para trabajarse de manera autogestiva en un periodo de dos semanas”.



¡Manos a la obra!

1. ¿Hay otra clase de ecuaciones?

Te invitamos a identificar la expresión algebraica del siguiente problema:

- ✓ Le pregunté a mi novia su edad y me propuso el siguiente acertijo: Si al cuadrado de mi edad le sumas ocho el resultado es 204. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde al problema anterior?

- a) $x^2 = 204$
- b) $x^2 + 8 = 204$
- c) $8x^2 = 204$
- d) $x^2 + 8x = 204$



Argumenta tu respuesta.

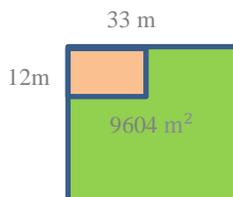
¿Qué diferencia encuentras entre estas ecuaciones y las ecuaciones de primer grado o lineales que resolviste anteriormente?

¿Encontraste la respuesta?, ¿cuál es?

Investiga cómo se llaman este tipo de ecuaciones, ¿por qué?

2. ¡A calcular se ha dicho!

- ✓ En una parte de la granja de mi abuelo se encuentra el granero, el resto está destinada para sembrar como se muestra en el dibujo. ¿Cuánto mide de lado la granja si ésta tiene forma cuadrada



- ✓ Si piensas un número, lo elevas al cuadrado y le restas 9, el resultado es 112. ¿Cuál es ese número?



Tip: Puedes resolverlos con procedimientos personales y/o observar el video “Ecuaciones de segundo grado incompletas puras del tipo $ax^2 + c = 0$ por despeje Súper fácil” del 11 de septiembre de 2020 con una duración de 6:20 minutos.

3. ¿Cuál es cuál?

Escribe la ecuación correspondiente de cada problema:

- 1) El cuadrado de la edad de mi hermano es igual 12 veces la edad de mi abuelo, ¿cuál es la edad de cada uno de ellos?
- 2) El triple del área de un cuadrado es igual a 48, ¿cuánto mide de lado el cuadrado?
- 3) El área de un rectángulo es de 120 m^2 , si la base es 2 metros mayor que su altura, ¿cuánto miden su base y su altura?

Una vez que hayas escrito las ecuaciones de segundo grado, observa que éstas están integradas por diferentes términos que pueden ser:

- ax^2 , es el término de segundo grado (no puede faltar nunca).
- bx , es el término de primer grado.
- c , es el término independiente.

Ahora relaciona cada una de las ecuaciones que escribiste con la expresión general correspondiente.

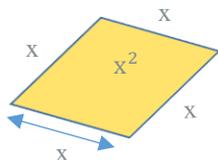
- a) $ax^2 + c = 0$
- b) $ax^2 + bx = 0$
- c) $ax^2 + bx + c = 0$

Argumenta tus respuestas.

Tip: Hay diversos procedimientos para resolver cualquier tipo de ecuación de segundo grado (o cuadrática), uno de ellos es por el método de factorización.

4. ¡Soy traductor!

En mi colonia hay un terreno cuadrangular en el que van a construir unas canchas deportivas. El dueño del terreno requiere algunos datos, él sabe que seis veces el número de metros cuadrados del área del terreno es igual a 75 veces el número de metros de su perímetro.

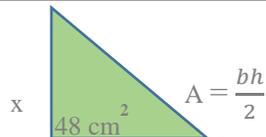


- Con base en el enunciado anterior, escribe algebraicamente cada afirmación:
 “Seis veces el número de metros cuadrados del área”
 “Setenta y cinco veces el número de metros lineales del perímetro”.
- ¿Cuál es la ecuación que representa lo que sabe el dueño acerca del terreno?

5. ¿Se resuelven igual?

Completa las tablas siguientes:

Calcula las dimensiones de la base y altura de un triángulo que tiene de área 48 cm^2 , si la base excede en 4 metros a la altura.	
Identifica los datos del problema (base, altura y área)	
Anota la ecuación con base en lo que dice el problema	
Simplifica la ecuación para darle la forma $ax^2 + bx + c = 0$	
Factoriza el primer miembro de la ecuación (trinomio de segundo grado)	
Iguala a 0 cada uno de los factores.	
Resuelve las dos ecuaciones.	
Encuentra la solución al problema.	
Comprueba la solución.	



Si se multiplica la edad de Diego por la de su hermana Emma que es dos años mayor, da como resultado cinco veces la edad del primero, ¿qué edad tiene cada uno?	
Identifica los datos del problema (edad de Diego, de su hermana y el producto de sus edades)	
Anota la ecuación con base en lo que dice el problema.	
Simplifica la ecuación para darle la forma $ax^2 + bx = 0$	
Factoriza el primer miembro de la ecuación (factor común)	

Iguala a 0 cada uno de los factores.	
Resuelve las dos ecuaciones.	
Encuentra la solución al problema.	
Comprueba la solución.	

6. ¡A calentar motores!



Expresión general	Forma factorizada	Igualar a 0 cada factor	Resolver cada ecuación	Resultados
$x^2 + x - 6 = 0$	$(x + 3)(x - 2) = 0$			
$x^2 + 6x = 0$	$x(x + 6) = 0$			
$3x^2 - 15x = 0$				$x = 0$ $x = 5$
$x^2 - 3x - 18 = 0$		$(x - 6) = 0$ $(x + 3) = 0$		
$x^2 - 10x + 21 = 0$				$x = 7$ $x = 3$
$x^2 + 6x + 8 = 0$			$x + 4 = 0$ $x + 2 = 0$ $x = -4$ $x = -2$	

Tip: Puedes consultar el glosario u observar los videos “Ecuaciones cuadráticas incompletas - ecuaciones de segundo grado incompletas” con una duración de 10:55 y el de “Ecuaciones de segundo grado por factorización Súper fácil - Para principiantes” con una duración de 9:58 minutos.

7. ¡Sí adiviné!

María piensa un número	Lo eleva al cuadrado	Le suma el cuádruplo del número	Al resultado de la suma le resta 12	¡Y el resultado es cero!
------------------------------	----------------------------	---------------------------------------	---	--------------------------------

Si x representa el número que pensó María...

- Traduce el problema en una ecuación y resuélvela.
- ¿En qué número pensó María?
- Comprueba tu respuesta.



8. ¡A darle que es mole de olla!

- ✓ Mi amigo y yo estamos participando en el rally de la escuela y debemos encontrar las últimas dos pistas para ganar, sabemos que están escondidas en dos salones, de los 25 que hay.

Para ello tenemos que resolver el siguiente reto que nos entregó el maestro para saber en cuáles salones están.

“El producto de dos números es 88, uno de los factores es mayor que el otro por 3 unidades”

- ¿Cuál es la ecuación que corresponde al problema?
- ¿En cuáles números de salones están las dos últimas pistas?



- ✓ Me dijo mi mamá que dentro de 35 años la edad de mi hermana mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 5 años.

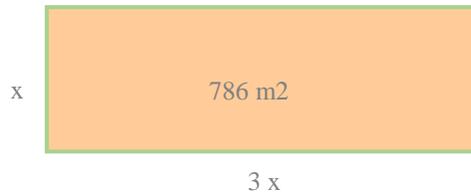
será la

- ¿Cuántos años tiene mi hermana actualmente?
- Plantea y resuelve la ecuación:
- Encuentra la respuesta al problema.

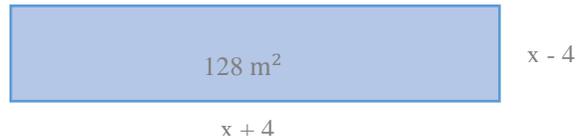


9. ¿Cuánto miden?

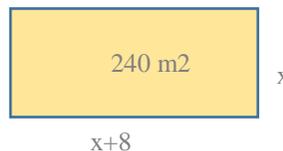
- ✓ ¿Cuáles son las dimensiones de un terreno que tiene de área 786 m^2 , si el largo es el triple de lo que mide de ancho?



- ✓ ¿Cuál es la medida de cada lado de un jardín rectangular cuya área es 128 m^2 con los datos que se observan en el esquema?



- ✓ ¿Cuánto miden el largo y el ancho de un rectángulo cuya base excede en 8 centímetros a la altura, y el área es de 240 cm^2 ?

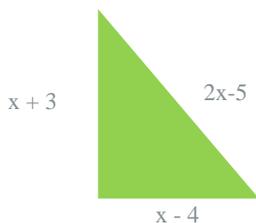


Comprueba los resultados que obtuviste.

Tip: Si la ecuación es de la forma $ax^2 + c = 0$, puedes resolverla con operaciones inversas o despeje.

10. Acepta el reto...

Observa el siguiente triángulo rectángulo para que contestes las preguntas.



Plantea la ecuación y resuélvela para contestar las siguientes preguntas:

- ✓ ¿Cuánto mide cada lado?
- ✓ ¿Cuánto mide su perímetro?
- ✓ ¿Cuánto mide su área?

Tip: El triángulo rectángulo se resuelve con el Teorema de Pitágoras cuya fórmula es $a^2 + b^2 = c^2$



¿Qué aprendí?

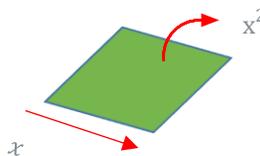
Evaluación

- ✓ En mi colonia hay un terreno cuadrangular en el que van a construir unas canchas deportivas. Los dueños del terreno requieren algunos datos, ellos saben que seis veces el número de metros cuadrados del área del terreno es igual a 75 veces el número de metros lineales de su perímetro.

¿Cuánto mide de lado el terreno?

¿Cuál es el área del terreno?

¿Cuál es el perímetro del terreno?



- ✓ El producto de dos números consecutivos es igual a 240. ¿Cuáles son esos números?
- ✓ El doble del cuadrado de la edad de Juan da como resultado 578. ¿Cuál es su edad?

Retroalimentación

Redacta un problema para cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas y después resuélvelos.

- ✓ $(x + 7)(x + 2) = 50$
- ✓ $2x^2 - 8x = 0$
- ✓ $x(3x) = 192$



Para aprender más...

Glosario

En la resolución de problemas de ecuaciones, se requiere traducir de lenguaje común a lenguaje algebraico, por lo que es conveniente que analices la traducción de algunos enunciados.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
El cuadrado de un número más el triple del mismo número	$x^2 + 3x$
La diferencia de dos números	$x - y$
El triple de la raíz cuadrada de un número	$3\sqrt{x}$
El cuadrado de un número que disminuido en 10	$x^2 - 10$
La mitad de un número	$\frac{x}{2}$
El doble de un número aumentado en 5	$2x - 5$
El producto entre el doble de un número y la tercera parte de su consecutivo	$(x)(x+1)$
El producto del doble de un número y la tercera parte de su consecutivo	$\frac{2x(x+1)}{3}$

Ecuaciones de segundo grado

La ecuación cuadrática o de segundo grado, es una igualdad en la que el máximo exponente es 2, Una vez que hayas realizado las simplificaciones correspondientes para darle la forma general (igualada a 0), pueden quedar varios tipos de ecuaciones de segundo grado.

Estas ecuaciones se clasifican en:

- ✓ Ecuaciones de la forma $ax^2 + c = 0$

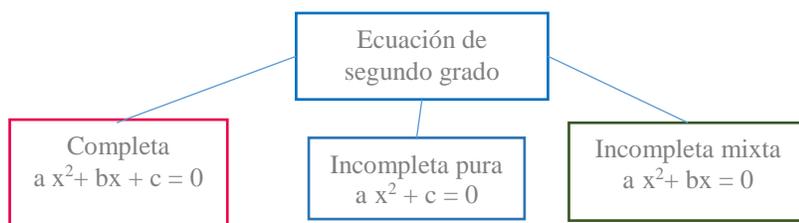
Tienen el término de segundo grado, el independiente y falta el de primer grado.

- ✓ Ecuaciones $ax^2 + bx = 0$

Tienen el término de segundo grado, el de primer grado y falta el término independiente.

- ✓ Ecuación cuadrática completa $ax^2 + bx + c = 0$

Tienen tres términos: el de segundo grado, el de primero y el término independiente.



Solución de ecuaciones de segundo grado por factorización

Para resolver este tipo de ecuaciones hay varios procedimientos, uno de ellos es utilizar la factorización, aunque se factoriza dependiendo del tipo de ecuación que sea.

- Realiza una lectura detallada del problema para entender de lo que se trata. Si lo consideras necesario realiza un dibujo o esquema.
- Identifica los datos del problema y la incógnita. Traduce el problema a una expresión algebraica.
- Simplifica la ecuación, es decir, agrupa todos los términos de la ecuación en un lado del signo igual y que la ecuación quede igualada a cero.
- Resuelve la ecuación factorizando según sea la forma de la ecuación:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad ax^2 + c = 0, \quad ax^2 + bx = 0$$

- Factoriza la ecuación que está en el primer miembro de la ecuación según el tipo de ecuación que haya quedado:
 - Si es del tipo $ax^2 + bx + c = 0$, factoriza y obtienes binomios con un término común.
 - Si la ecuación es del tipo $ax^2 + c = 0$, factoriza y obtienes diferencia de cuadrados.
 - Si la ecuación es del tipo $ax^2 + bx = 0$, factoriza y obtienes factor común.
- Iguala a cero cada uno de los factores.
- Resuelve las dos ecuaciones de primer grado obtenidas.
- Analiza las soluciones de las ecuaciones para identificar la respuesta al problema, pues nos dan dos soluciones y no siempre las dos son correctas.
- Comprueba el resultado obtenido para que sea congruente con lo que se solicita en el problema.

Versión imprimible ficha didáctica 2021-2022

Resolución de ecuaciones de segundo grado por factorización de la forma:

(Trinomio de segundo grado: $ax^2 + bx + c = 0$)

Problema: El cuadrado de la edad de mi hermano menos el triple de su edad es igual a quince. ¿Cuál es la edad de mi hermano?	
Traduce el enunciado del problema en una ecuación, simplifícala (si es necesario) y la igualas a 0	$x^2 - 2x = 15$ $x^2 - 2x - 15 = 0$
Factoriza el trinomio de segundo grado, para obtener binomios con un término común, cuyo primer término o término común es la raíz de x^2	$(x \quad)(x \quad)$
Escribe el signo de término de primer grado en el primer binomio, el signo del segundo binomio es el resultado de multiplicar el signo del término bx por el del término c	$(x - \quad)(x + \quad)$
Encuentra dos números cuya suma sea el resultado de sumar el coeficiente de bx y el de c y cuyo producto sea el resultado de multiplicar el coeficiente de bx por c (respetando sus signos)	$(x - 5)(x + 3)$
Iguala a cero cada uno de los binomios (dado que el principio del producto cero dice que si el producto de dos números es igual a 0 , entonces por lo menos uno de los factores es 0)	$(x - 5) = 0$ $(x + 3) = 0$
Resuelve las ecuaciones de primer grado obtenidas	$x = 5$ $x = -3$
Analiza las respuestas para identificar la solución del problema, siendo 5 porque no puede ser -2, porque no hay edad negativa	Edad de mi hermano 5 años
Comprueba la respuesta que encontraste	$x^2 - 2x = 15$ $(x)^2 - 2(5) = 15$ $25 - 10 = 15$ $15 = 15$

Resolución de ecuaciones de segundo grado por factorización de la forma:

(Diferencia de cuadrados: $ax^2 - c = 0$)

Problema. El producto de un número positivo por el doble de ese mismo número es 512. ¿de qué número se trata?	
Traduce el enunciado del problema en una ecuación, simplifícala (si es necesario) y la igualas a 0	$x(2x) = 512$ $2x^2 = 512$ $2x^2 - 512 = 0$ $x^2 - 256 = 0$
Factoriza la diferencia de cuadrados, para obtener binomios conjugados, cuyo primer término es la raíz cuadrado de x^2 y lo a notas en los dos binomios	$(x \quad)(x \quad)$
Pon un signo positivo en un binomio y en el otro binomio uno negativo	$(x + \quad)(x - \quad)$

Versión imprimible ficha didáctica 2021-2022

Obtén la raíz cuadrada del término independiente y escribe el resultado en cada binomio	$(x + 14)(x - 14)$
Iguala a cero cada uno de los factores(dado que el principio del producto cero dice que si el producto de dos números es igual a 0 , entonces por lo menos uno de los factores es 0)	$(x + 14) = 0$ $(x - 14) = 0$
Resuelve las ecuaciones de primer grado obtenidas	$x = 14$ $x = -14$
Analiza las respuestas para identificar la solución al problema, siendo 14 porque el problema menciona un número positivo, por lo que se descarta -14 porque es negativo	El número es 14
Comprueba la respuesta que encontraste	$x(2x) = 512$ $14(28) = 512$ $512 = 512$

Resolución de ecuaciones de segundo grado por factorización

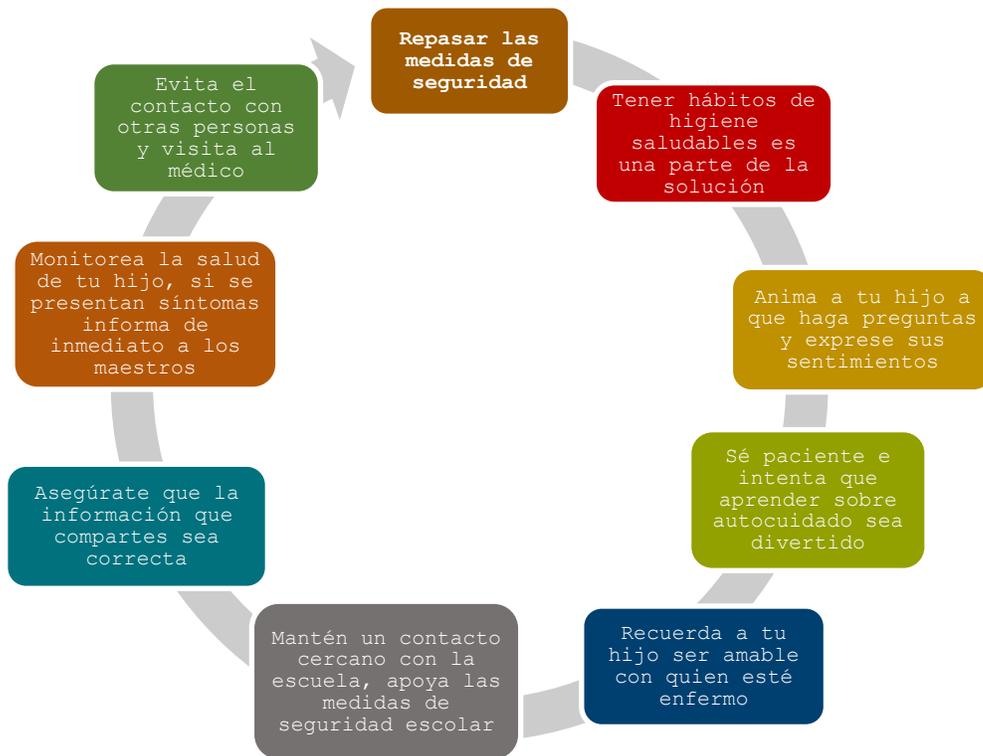
(Factor común: $ax^2 + bx = 0$)

Problema. La edad de Daniel multiplicada por la de su hermana, que es tres años menor, da como resultado cinco veces la edad del primero. ¿Cuáles son las edades de Daniel y de su hermana? $x(x-3) = 5x$	
Traduce el enunciado del problema en una ecuación, simplifícala (si es necesario) y la igualas a 0	$x(x-3) = 5x$ $x^2 - 3x = 5x$ $x^2 - 8x = 0$
Factoriza la ecuación de segundo grado, para obtener factor común (x).	$x(\quad)$
Escribe los cocientes que resultan de dividir cada término del polinomio entre el factor común	$x(x- 8)$
Iguala a cero el factor común y el otro factor (el principio del producto cero dice que si el producto de dos números es igual a 0 , entonces por lo menos uno de los factores es 0)	$x = 0$ $x-8 = 0$
Resuelve las ecuaciones de primer grado obtenidas	$x = 0$ $x-8 = 0$ $x = 8$
Analiza las respuestas para identificar la solución del problema, siendo 8 porque se descarta el 0.	Edad de Daniel 8 años Edad de su hermana 5 años
Comprueba la respuesta que encontraste	$x(x-3) = 5x$ $8(8-3) = 5(8)$ $40 = 40$



¿Cómo apoyar en las tareas desde casa?

Recomendaciones para padres de familia en el regreso a la escuela.

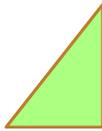


“Juntos podemos hacer que el regreso a clases sea saludable y seguro” UNICEF

Tip: Si quiere profundizar puede consultar el video: UNICEF “Recomendaciones para padres de familia en el regreso a clases” del 4 de agosto de 2020, con una duración de 1’29 minutos.

Solución a la evaluación de la ficha anterior

Junto a mi casa hay un jardín pequeño que tiene una forma triangular, donde uno de sus lados tiene 12 metros de longitud y la del lado mayor es de 15 metros.



¿Cuánto medirá el lado que falta?

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$a = \sqrt{(15)^2 - (12)^2}$$

$$a = \sqrt{225 - 144}$$

$$a = 9$$

Una amiga fue de vacaciones a la playa y se deslizó en un tobogán, si la altura del mismo es de 4 metros y la distancia desde su base hasta donde toca el suelo es de 20 metros.

¿Cuántos metros se deslizó en el tobogán?

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{(20)^2 + (4)^2}$$

$$c = \sqrt{400 + 16}$$

$$c = 20.4 \text{ m}$$

Mi primo fue al campo a volar un papalote y soltó la cuerda que mide 25 metros, si la distancia al papalote es de 20 metros.

¿A qué altura se encuentra el papalote en ese momento?

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$b = \sqrt{(25)^2 - (20)^2}$$

$$b = \sqrt{625 - 400}$$

$$b = 15 \text{ m}$$

DIRECTORIO

Enrique Alfaro Ramírez

Gobernador Constitucional del Estado de Jalisco

Juan Carlos Flores Miramontes

Secretario de Educación del Gobierno del Estado de Jalisco

Pedro Diaz Arias

Subsecretario de Educación Básica

Álvaro Carrillo Ramírez

Encargado del Despacho de la Dirección de educación Secundaria

Carlos Alberto Reyes Zaleta

Encargado del Despacho de la Dirección de Secundaria Técnica

Responsables de contenido

Guadalupe del Rosario Guerra

María Teresa Adriana Fonseca Cárdenas

Jefes de Enseñanza de Secundaria Técnica

Diseño gráfico

Liliana Villanueva Tavares

Jalisco, Ciclo Escolar 2021-2022